

Contenus

- Fonctions dérivées de $x \mapsto f(ax + b)$; $x \mapsto e^{u(x)}$ et $x \mapsto u(x)^2$.
- Approche intuitive de la **continuité**
- **Théorème** (admis) sur les fonctions dérivables donc continues.
- **Théorème** (admis) **des valeurs intermédiaires + corollaire**.
- Réciproque d'une fonction continue strictement monotone sur un intervalle, représentation graphique.
- **Dérivée seconde** d'une fonction.
- Fonction **convexe** sur un intervalle : définition par la position relative de la courbe représentative et des sécantes, équivalence admise, lorsque f est dérivable, avec la position par rapport aux tangentes.
- Caractérisation (admise) par la croissance de f' , la positivité de f'' .
- **Point d'inflexion**.

Capacités attendues

- Calculer une fonction dérivée, dresser un tableau de variation.
- Exploiter le tableau de variation pour déterminer le nombre de solutions d'une équation du type $f(x)=k$, pour résoudre une inéquation du type $f(x)<k$.
- Déterminer des valeurs approchées, un encadrement d'une solution d'une équation du type $f(x)=k$.
- Reconnaître sur une représentation graphique une fonction convexe, concave, un point d'inflexion.
- Étudier la convexité, la concavité, d'une fonction deux fois dérivable sur un intervalle.

Démonstration possible

- Calcul de la fonction dérivée de $\exp u$.

Exemples d'algorithmes possibles

- Méthodes de recherche de valeurs approchées d'une solution d'équation du type $f(x)=k$: balayage, dichotomie, méthode de Newton.

Contenus

- Approche intuitive de la notion de limite, finie ou infinie, d'une suite, des opérations sur les limites, du passage à la limite dans les inégalités et du **théorème des gendarmes**.
- Limite d'une suite géométrique de raison positive.
- Limite de la somme des termes d'une suite géométrique de raison positive strictement inférieure à 1.
- **Suites arithmético-géométriques**.

Capacités attendues

- Modéliser un problème par une suite donnée par une formule explicite ou une relation de récurrence.
- Calculer une limite de suite géométrique, de la somme des termes d'une suite géométrique de raison positive et strictement inférieure à 1.
- Représenter graphiquement une suite donnée par une relation de récurrence $u_{n+1}=f(u_n)$, où f est une fonction continue d'un intervalle I dans lui-même. Conjecturer le comportement global ou asymptotique d'une telle suite.
- Pour une récurrence arithmético-géométrique : recherche d'une suite constante solution particulière ; utilisation de cette suite pour déterminer toutes les solutions.

Démonstration possible

- Limite des sommes des termes d'une suite géométrique de raison positive strictement inférieure à 1.

Exemple d'algorithme

- Recherche de seuils.
- Pour une suite récurrente $u_{n+1}=f(u_n)$, calcul des termes successifs.
- Recherche de valeurs approchées de constantes mathématiques, par exemple π , $\ln 1$, $\sqrt{2}$.

Thème 3-1 : Évolution : modèles continus, 1^{ère} partie.**(2 semaines)****(chap 3 du manuel)**

Notion : limites de fonctions

Contenus

- **Notion de limite.** Lien avec la continuité et les asymptotes horizontales ou verticales.
- Limites des fonctions de référence (carré, cube, racine carrée, inverse, exponentielle)

Capacités attendues

- Calculer des limites.
- Dans le cadre de la résolution de problème, utiliser le calcul des limites, l'allure des courbes représentatives des fonctions inverse, carré, cube, racine carrée et exponentielle.

Thème 3-2 : Évolution : modèles continus, 2^{ème} partie.**(3 semaines)****(chap 3 du manuel)**

Notion : équation différentielle, primitives

Contenus

- Sur des exemples, notion d'une **solution d'équation différentielle**.
- **Notion de primitive**, en liaison avec l'équation différentielle $y' = f$. Deux primitives d'une même fonction continue sur un intervalle diffèrent d'une constante. Exemples.
- **Équation différentielle** $y' = ay + b$, où a et b sont des réels ; allure des courbes.

Capacités attendues

- Vérifier qu'une fonction donnée est solution d'une équation différentielle.
- Déterminer les primitives d'une fonction, en reconnaissant la dérivée d'une fonction de référence ou une fonction de la forme $2u'u$, $e^u u'$ ou u'/u .
- Résoudre une équation différentielle $y' = ay$. Pour une équation différentielle $y' = ay + b$: déterminer une solution particulière constante ; utiliser cette solution pour déterminer la solution générale.

Démonstrations possibles

- Deux primitives d'une même fonction continue sur un intervalle diffèrent d'une constante.
- Résolution de l'équation différentielle $y' = ay$.

Exemple d'algorithme

- Sur des exemples, résolution approchée d'une équation différentielle par la méthode d'Euler.

Contenus

- **Fonction logarithme népérien** : réciproque de la fonction exponentielle. Limites, représentation graphique. Équation fonctionnelle. Fonction dérivée.
- Fonction dérivée de $x \mapsto \ln u(x)$.

Capacités attendues

- Résolution de problèmes avec la fonction \ln .
- Utiliser l'équation fonctionnelle de l'exponentielle ou du logarithme pour transformer une écriture, résoudre une équation, une inéquation.
- Utiliser la relation $\ln q^n = n \ln q$ pour déterminer un seuil.

Démonstrations possibles

- Relations $\ln(ab) = \ln a + \ln b$, $\ln(1/a) = -\ln(a)$.
- Calcul de la fonction dérivée du logarithme, en admettant sa dérivabilité.
- Calcul de la fonction dérivée de $\ln u$.

Exemple d'algorithme

- Algorithme de Briggs, pour le calcul de logarithmes.

Contenus

- Définition de l'**intégrale d'une fonction continue et positive** sur $[a ; b]$ comme aire sous la courbe.
- Notation $\int_a^b f(x)dx$. **Relation de Chasles**.
- Approximation d'une intégrale par la **méthode des rectangles**.
- Présentation de l'intégrale des fonctions continues de signe quelconque.
- **Théorème** : si f est continue sur $[a ; b]$, la fonction F définie sur $[a ; b]$ par $F(x) = \int_a^x f(t)dt$ est dérivable sur $[a ; b]$ et a pour dérivée f .
- **Calcul d'intégrales** à l'aide de primitives : si F est une primitive de f , alors $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

Capacités attendues

- Estimer graphiquement ou encadrer une intégrale, une valeur moyenne.
- Calculer une intégrale, une valeur moyenne.
- Calculer l'aire sous une courbe ou entre deux courbes.
- Interpréter une intégrale, une valeur moyenne dans un contexte issu d'une autre discipline.

Démonstration possible

- Dérivée de $x \mapsto \int_a^x f(t)dt$ lorsque f est une fonction continue positive croissante.

Exemples d'algorithmes

- Méthode des rectangles, des trapèzes.
- Méthode de Monte-Carlo pour un calcul d'aire.

Thème 6 : Répartition des richesses, inégalités

(2 semaines)

(chap 6 du manuel)

Notion : statistique descriptive, valeur moyenne

Contenus

- **Statistique** : médiane, quartiles, décile, écart interquartile, rapport interdécile, moyenne, écart-type.
- **Valeur moyenne d'une fonction continue** sur $[a ; b]$. Approche graphique et numérique. La valeur moyenne est comprise entre les bornes de la fonction.
- Courbe de **Lorenz** et indice de **Gini**.

Thème 7 : Inférence bayésienne

(1 semaine)

(chap 7 du manuel)

Notions : probabilités conditionnelles, indépendance, arbre

Contenus

- **Probabilités conditionnelles**, probabilités **totales**, arbre.
- Inversion du conditionnement, formule de **Bayes**.
- **Indépendance** de deux événements.

Capacités attendues

- Calculer des probabilités dans des situations faisant intervenir des probabilités conditionnelles.

Contenus

- **Loi uniforme discrète** sur $\{1 ; 2 ; \dots ; n\}$. Espérance.
- Épreuve de Bernoulli. **Loi de Bernoulli** : définition, espérance et écart-type.
- Schéma de Bernoulli. Représentation par un arbre.
- **Coefficients binomiaux** : définition (nombre de façons d'obtenir k succès dans un schéma de Bernoulli de taille n), triangle de Pascal, symétrie.
- Variable aléatoire suivant une **loi binomiale** $B(n ; p)$. Interprétation : nombre de succès dans le schéma de Bernoulli. Expression, espérance et écart type (admis). Représentation graphique.
- **Échantillonnage** : intervalle de fluctuation et prise de décision.
- **Estimation** : intervalle de confiance.

Capacités attendues

- Identifier des situations où une variable aléatoire suit une loi de Bernoulli ou une loi binomiale.
- Déterminer des coefficients binomiaux à partir du triangle de Pascal.
- Dans le cas où X suit une loi binomiale, calculer à l'aide d'une calculatrice ou d'un logiciel, les probabilités des événements de type $P(X=k)$ ou $P(X < k)$ etc.
- Dans le cas où X suit une loi binomiale, déterminer un intervalle I pour lequel la probabilité $P(X \in I)$ est inférieur à une valeur donnée α ou supérieure à $1 - \alpha$.
- Dans le cadre de la résolution de problèmes, savoir utiliser l'espérance.
- Calculer des probabilités dans des situations faisant intervenir des répétitions d'expériences aléatoires.

Démonstrations possibles

- Espérance et écart type d'une variable aléatoire suivant une loi de Bernoulli.
- Espérance d'une variable aléatoire uniforme sur $\{1 ; 2 ; \dots ; n\}$.
- Espérance d'une variable aléatoire suivant une loi binomiale ($n \leq 3$).

Contenus

- **Loi géométrique** : définition, expression, espérance (admise), représentation graphique et propriété caractéristique (loi sans mémoire).
- Notion de loi à densité à partir d'exemples. Représentation d'une probabilité comme une aire. Fonction de répartition $x \mapsto P(X \leq x)$.
- Espérance et variance d'une loi à densité, expressions sous forme d'intégrales.
- **Loi uniforme continue** sur $[0 ; 1]$, puis sur $[a ; b]$. Fonction de densité, fonction de répartition. Espérance et variance.
- **Loi exponentielle**. Fonction densité, fonction de répartition. Espérance, propriété d'absence de mémoire.

Capacités attendues

- Calculer explicitement les probabilités des événements $P(X=k)$ ou $P(X < k)$ etc. pour une variable aléatoire suivant une loi géométrique.
- Utiliser en situation la caractérisation d'une loi géométrique par l'absence de mémoire
- Déterminer si une fonction est une densité de probabilité. Calculer des probabilités.
- Calculer l'espérance d'une variable aléatoire à densité.

Démonstrations possibles

- Caractérisation d'une loi géométrique par l'absence de mémoire.

Exemples d'algorithmes

- Simulation d'une variable aléatoire de Bernoulli ou d'un lancer de dé (ou d'une variable uniforme sur un ensemble fini) à partir d'une variable aléatoire de loi uniforme sur $[0 ; 1]$.
- Simulation du comportement de la somme de n variables aléatoires indépendantes de même loi.

Contenus

- Nuage de points. Point moyen.
- Ajustement affine. Droite des moindres carrés. Coefficient de corrélation.
- Ajustement se ramenant par changement de variable à un ajustement affine.
- Application des ajustements à des interpolations ou extrapolations.

Capacités attendues

- Représenter un nuage de points.
- Calculer les coordonnées d'un point moyen.
- Déterminer une droite de régression, à l'aide de la calculatrice, d'un logiciel ou par calcul.
- Dans le cadre d'une résolution de problème, utiliser un ajustement pour interpoler, extrapoler.

Démonstrations possibles

- Droite des moindres carrés.