Révisions obligatoires de Mathématiques

Pour les élèves de Seconde passant en Première.
Ce travail constitue une **base** des connaissances requises pour bien démarrer l'année de Première et fera l'objet d'une évaluation à la rentrée.
Les futurs 1S traiteront **tous** les exercices (Parties A et B).
Les futurs 1ES, 1L option Maths et 1STMG traiteront uniquement les exercices de la Partie A.

PARTIE A : Analyse

Exercice 1

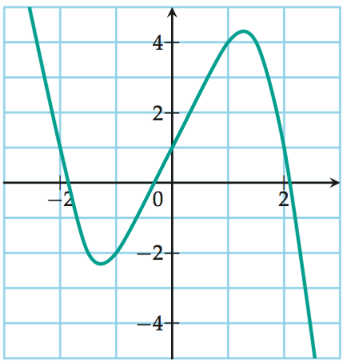
On considère la fonction g définie par :

$$g(x) = \frac{-5}{2x^2-3}$$

1. Par la fonction g, calculer les images de -1, 0, $\frac{5}{2}$ et de $2\sqrt{3}$.
2. Déterminer les antécédents éventuels de 2 par g.
3. 0 a-t-il un antécédent par cette fonction ? Justifier la réponse.
4. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction g.
5. A l'aide de la calculatrice, déterminer l'image de $5\sqrt{17}-1$ par la fonction g.
6. A l'aide de la calculatrice, déterminer les antécédents par g de $\frac{2}{3}$.
7. A l'aide de la calculatrice, dresser un tableau de valeurs de g pour x allant de 1 à 3 par pas de $0,25$.

Exercice 2

On donne la courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.



1. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
2. Par lecture graphique, déterminer :
   (a) l'image de -1 par f ;
   (b) $f(0)$, $f(1)$, $f(-2)$, $f(2)$;
   (c) le(s) antécédent(s) de 1 par f ;
   (d) les éventuels nombres qui ont 0 pour image par f.
3. Citer, si possible, un nombre qui a :
   (a) aucun antécédent par f ;
   (b) exactement un antécédent par f ;
   (c) exactement deux antécédents par f ;
   (d) exactement trois antécédents par f.

Exercice 3

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :
   (a) $5x + 8 = 9x - 7$
   (b) $(x - 7)(3x - 5) - (9x - 4)(x - 7) = 0$
   (c) $\dfrac{5x+2}{3-x} - 2 = 0$

2. A l'aide de la calculatrice :
   (a) Factoriser l'expression $x^3 + x^2 + x + 1$.
   (b) Développer l'expression $(x + 1)^4$.
   (c) Résoudre l'équation $x^2 + 2x - 3 = 0$.

Exercice 4

Voici le tableau de variations d'une fonction f :

x	-4		-1		1		3		4
f	-4	$\nearrow$	-2	$\searrow$	-5	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1

1. Quel est l'ensemble de définition de la fonction f ?
2. Indiquer le sens de variations de la fonction f.
3. Préciser les extrema éventuels de la fonction f et pour quelle(s) valeur(s) ils sont atteints.
4. Tracer une courbe susceptible de représenter graphiquement la fonction f.

Exercice 5

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes (on pourra s'aider d'un tableau de signes) :

1) $(5x + 2)(3 - x) < 0$ 2) $\dfrac{2x-5}{-x+7} \geqslant 0$ 3) $\dfrac{2}{2x+3} \leqslant 5$ 4) $\dfrac{1}{x} > \dfrac{3}{-7+6x}$

Exercice 6

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{2\}$ par

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$$

1. Quelle est la nature de la fonction f ?
2. A l'aide de la calculatrice, conjecturer le sens de variations de f.
3. Soient a et b deux nombres réels tels que $2 < a < b$.
   (a) Démontrer que $f(b) - f(a) = \dfrac{5(a-b)}{(b-2)(a-2)}$.
   (b) Étudier le signe de $f(b) - f(a)$.
   (c) En déduire que f est décroissante sur $]2\,; +\infty[$.
4. On suppose que f est également décroissante sur $]-\infty\,; 2[$.
   Dresser alors le tableau de variations de f sur $\mathbb{R} - \{2\}$.
5. Tracer la courbe représentative de f dans un repère orthonormal du plan.
6. Comment s'appelle cette courbe ?

Exercice 7

Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$h(x) = 2x^2 - 4x - 6$$

1. Quelle est la nature de la fonction h ?
2. (a) Vérifier que pour tout réel x, $h(x) = 2(x-1)^2 - 8$. Comment s'appelle cette forme ?

   (b) En déduire le tableau de variations de la fonction h.
3. (a) Vérifier que pour tout réel x, $h(x) = 2(x-3)(x+1)$. Comment s'appelle cette forme ?

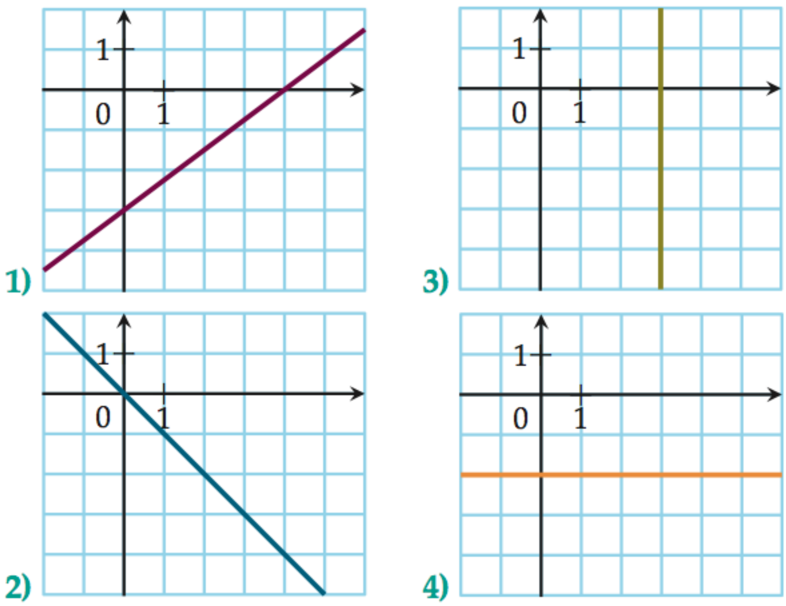
   (b) En déduire le signe de la fonction h en résolvant l'inéquation $h(x) \geqslant 0$.
4. Représenter la fonction h dans un repère orthonormal du plan.
5. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = h(x) + 9$.

   (a) Déterminer la forme canonique de $g(x)$.

   (b) Justifier que la courbe représentative de g ne coupe pas l'axe des abscisses.

Exercice 8

Donner par lecture graphique les équations réduites des droites ci-dessous :



Exercice 9

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les points $A(5\,;-10)$ et $B(7\,;-2)$.

1. Déterminer l'équation réduite de la droite (AB).
2. Le point $C\left(\dfrac{23}{4}\,;7\right)$ appartient-il à la droite (AB) ?
3. La droite (AB) est-elle parallèle à la droite d d'équation $d : y = 3x - 27$?
4. Déterminer le point d'intersection de la droite d avec la droite d' d'équation $d' : y = -2x + 11$.

- Fin des exercices à faire pour les futurs ES, L, STMG -

PARTIE B : Géométrie

Exercice 1

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les points $N(-1,6\,;-0,8)$, $E(-4\,;2,4)$ et $Z(2,4\,;7,2)$.

1. Faire une figure.
2. Calculer les longueurs des côtés du triangle NEZ.
3. Démontrer que le triangle NEZ est rectangle.
4. Calculer les coordonnées du milieu K de $[NZ]$.
5. Soit A le symétrique de E par rapport à K. Déterminer les coordonnées du point A et vérifier sur le graphique.

Exercice 2

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les points $A(3\,;5)$, $B(2\,;-1)$, $C(-2\,;-4)$ et $D(-1\,;2)$.

1. Faire une figure.
2. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$.
3. Que peut-on en déduire pour le quadrilatère $ABCD$?
4. Déterminer les coordonnées du point E tel que $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB}$.
5. Que peut-on en déduire pour les points A, E et B ? Justifier la réponse et vérifier sur la figure en plaçant le point E.
6. Le vecteur $\overrightarrow{u}\left(\dfrac{2}{3}\,;4\right)$ est-il colinéaire au vecteur $\overrightarrow{AB}$?

Exercice 3

1. Construire un triangle ABC.
2. Placer les points M, P et N tels que :
   (a) $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$.
   (b) $\overrightarrow{MP} = 2\overrightarrow{MA}$
   (c) $\overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{MC}$
3. Démontrer à l'aide de la relation de Chasles que $\overrightarrow{PN} = 2\overrightarrow{AC}$.
4. En déduire que les droites (AC) et (PN) sont parallèles et que A et C sont les milieux respectifs de $[PM]$ et $[MN]$.

Exercice 4

Soient A, B, C et D quatre points quelconques.

1. Démontrer les égalités suivantes :
   (a) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} - (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BA}) = \overrightarrow{DA}$.
   (b) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$.
2. Simplifier l'écriture des vecteurs suivants :
   (a) $\overrightarrow{u} = (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) + (\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{CD})$.
   (b) $\overrightarrow{v} = (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD}) - (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC})$.