Révisions obligatoires de Mathématiques

Pour les élèves de Première ES passant en Terminale ES.
Ce travail constitue une **base** des connaissances requises pour bien démarrer l'année de Terminale et fera l'objet d'une évaluation à la rentrée.

Exercice 1

1. Déterminer les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $3x^2 + x - 4 = 0$.
2. Déterminer le signe du nombre $3x^2 + x - 4$ selon les valeurs du réel x.
3. (a) Aurore a placé une somme de 1 000 euros pendant deux ans. Au bout de ces deux ans, son capital est égal à 1 265 euros. Valérie lui dit que son capital a augmenté de 26,5%. Prouver qu'elle a raison.
   (b) La première année du placement, le taux était égal à $t\%$ et la deuxième année, il était de $1,5t\%$ et Jérémie prétend qu'il a été multiplié par $\left(1+\dfrac{t}{100}\right)\left(1+1,5\times\dfrac{t}{100}\right)$.
   Pourquoi Jérémie a-t-il raison ? Calculer t.

Exercice 2

Déterminer la fonction dérivée de chacune des fonctions suivantes :

$f(x) = 4x^4 - 3x^3 + 5x^2 - 2\sqrt{x} + 1$

$g(x) = -4x^2 + 5x - 3 + \dfrac{3}{x} - \dfrac{5}{x^2}$

$h(x) = (x^2 - 3x)(3x^2 - 1)$

$i(x) = \dfrac{-3}{3x^2 - 4x + 1}$

$j(x) = 2x - 3 + \dfrac{1}{x^2 + 1}$

$k(x) = \dfrac{3x - 1}{4x^2 - 1}$

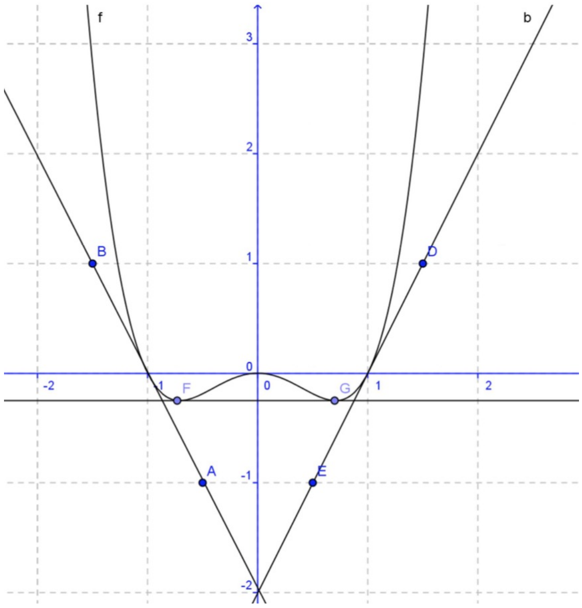
Exercice 3

1. Une entreprise a fabriqué 20 000 objets d'un modèle a en 1999. Elle réduit progressivement cette production de 2 500 pièces par an jusqu'à ce que la production devienne nulle. On note u_0 la production du modèle a pour l'année 1999 et u_n la production du modèle a pour l'année $(1999+n)$.
   (a) Calculer u_1 et u_2.
   (b) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n. Quelle est la nature de la suite u ?
   (c) Exprimer u_n en fonction de n.
   (d) Déterminer le nombre total d'objets de modèle qui auront été produits du 1er janvier 1999 jusqu'à l'arrêt de production du modèle a.

2. Dès 1999, cette entreprise lance un nouveau modèle b, 11 000 objets du modèle b ont été produits en 1999. La production du modèle b augmente de 8% chaque année. On note v_n la production du modèle b pour l'année $(1999+n)$. Les résultats numériques seront arrondis à l'unité près.
   (a) Vérifier que $v_1 = 11880$ et calculer v_2.
   (b) Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n. Quelle est la nature de la suite v ?
   (c) Exprimer v_n en fonction de n.
   (d) Calculer la production de l'année 2007.
   (e) Déterminer en quelle année la production du modèle b dépassera les 20 000 objets.

EXERCICE 4

On donne la représentation graphique d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ et de ses tangentes aux points d'abscisses -1 et 1.



La tangente au point d'abscisse -1 passe par les points $A(-0,5\,;-1)$ et $B(-1,5\,;1)$.
La tangente au point d'abscisse 1 passe par les points $E(0,5\,;-1)$ et $D(1,5\,;1)$.
A partir du graphique :

1. Déterminer le sens de variation de f.
2. En déduire le tableau de signe de sa fonction dérivée f' sur $\mathbb{R}$.
3. Déterminer $f(1)$, $f(-1)$, $f'(1)$ et $f'(-1)$.
4. En déduire les équations des tangentes (AB) et (ED).

EXERCICE 5

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-3\,;3\}$ par $f(x) = \dfrac{2x^2-3}{x^2-9}$.

1. Calculer $f'(x)$ et étudier son signe (f' désigne la fonction dérivée de f).
2. Dresser le tableau de variations de f.
3. Déterminer l'équation de la tangente T à la courbe représentative de f au point d'abscisse 2.
4. Construire T et la courbe représentative de f ainsi que ses tangentes horizontales.

EXERCICE 6

Dans une usine de traitement de déchets, le coût total de récupération d'une matière est donné par : $C(q) = \dfrac{1}{2}q^2 + q + 2$, pour une quantité q en tonnes et le coût total est exprimé en milliers d'euros.
On admet que le coût marginal résultant de la dernière quantité produite est assimilable à la dérivée du coût total : $C_M(q) = C'(q)$.
On rappelle que le coût moyen est le quotient du coût total par la quantité produite : $C_m(q) = \dfrac{C(q)}{q}$.

1. Exprimer le coût marginal et préciser son sens de variation sur $]0\,;+\infty[$.
2. (a) Exprimer le coût moyen en fonction de q et déterminer son sens de variation sur $]0\,;+\infty[$.
   (b) Pour quelle quantité q_0 le coût moyen est-il minimal ?
   (c) Comparer le coût moyen et le coût marginal pour la quantité q_0.

Exercice 7

1. En supposons que l'herbe d'une pelouse grandit de 4% par jour, quel sera le pourcentage d'augmentation, arrondi à l'unité, de sa hauteur en 10 jours ?

2. Un centre SPA compte 55% de chiens, 35% de chats et 10% d'autres animaux. Lors d'une journée « portes ouvertes », 30% des chiens, 40% des chats et 60% des autres animaux sont adoptés.
   (a) Quel est le pourcentage d'animaux adoptés parmi la population totale du centre ?
   (b) Quel pourcentage représentent les chiens adoptés parmi la population des animaux adoptés ?

Exercice 8

Une étude sur la longueur des épis d'une variété de maïs a donné les résultats suivants sur un échantillon de 210 épis.

Longueur en mm	112	114	116	118	120	122	124	126	128	130	132	134	136	138
Nombre d'épis	9	12	15	16	18	22	28	24	21	16	12	8	6	3

1. Donner les extrêmes, la médiane, les quartiles et les déciles de la série.
2. Peut-on dire qu'au moins 25% des épis mesurent plus de 130 mm ?
3. Tracer un diagramme en boite résumant la série.
4. Calculer la moyenne $\overline{x}$ et l'écart type s de cet échantillon.
5. Calculer le pourcentage de la population totale comprise dans l'intervalle $[\overline{x} - 2s\,;\overline{x} + 2s]$.

Exercice 9

Le héros du jeu, Mario, veut atteindre, en sautant, un trésor qui se trouve sur un nuage.
S'il touche le trésor, il peut obtenir :
• 0 pièce d'or, et voir sortir un monstre, avec la probabilité $p_0 = 0,3$.
• une pièce d'or, avec la probabilité p_1.
• deux pièces d'or, avec la probabilité p_2.
• trois pièces d'or, avec la probabilité $p_3 = 0,2$.

1. Sachant que $p_0 + p_2 = 2p_1$, calculer p_1 et p_2.
2. Mario ne fait qu'un seul saut. On note G la variable aléatoire égale au gain en pièces d'or de Mario.
   (a) Donner la loi de probabilité de G.
   (b) Calculer l'espérance de G. Interpréter le résultat obtenu.

Exercice 10

Un groupe de 50 coureurs, portant des dossards numérotés de 1 à 50, participe à une course cycliste qui comprend 10 étapes, et au cours de laquelle aucun abandon n'est constaté. A la fin de chaque étape, un groupe de 4 coureurs est choisi au hasard pour subir un contrôle antidopage. Ces désignations de 4 coureurs à l'issue de chacune des étapes sont indépendantes. Un même coureur peut donc être contrôlé à l'issue de plusieurs étapes.

1. A l'issue d'une étape, on choisit au hasard un coureur parmi les 50 participants. Etablir que la probabilité pour qu'il subisse le contrôle prévu pour cette étape est égale à 0, 08.
2. On note X la variable aléatoire qui comptabilise le nombre de contrôles subis par un coureur sur l'ensemble des 10 étapes de la course. Quelle est la loi de probabilité de la variable aléatoire X ? Préciser ses paramètres.
3. On choisit au hasard un coureur à l'arrivée de la course. Calculer, sous forme décimale arrondie au dix-millième, les probabilités des événements suivants :
   (a) il a été contrôlé 5 fois exactement.

(b) il a été contrôlé au moins une fois.

4. Une autre course où la probabilité qu'un coureur soit contrôlé reste de $0,08$ est à définir avec n étapes. Compléter les lignes pour que l'algorithme ci-dessous permette de déterminer le plus petit nombre n d'étapes tel que la probabilité qu'un joueur soit contrôlé au moins une fois soit supérieure à $0,9$:

   n PREND LA VALEUR 1
   p PREND LA VALEUR $0,08$
   TANT QUE .... FAIRE
       n PREND LA VALEUR ....
       p PREND LA VALEUR ....
   FIN TANT QUE
   AFFICHER n