# Révisions obligatoires de Mathématiques

Ce travail de révision est obligatoire p**our les élèves passant en Première** et :

suivant la **Spécialité Mathématiques**.

Ce travail constitue une **base** des connaissances requises pour bien démarrer l'année de Première et fera l'objet d'une évaluation à la rentrée.

**Conseil :** afin de bien se « rafraichir la mémoire » après des vacances que nous vous souhaitons reposantes et distrayantes, nous vous conseillons de commencer à travailler ces exercices aux alentours du 15 août, afin que tout soit *frais* dans votre tête le jour de la rentrée !

## Exercice 1

On considère la fonction $g$ définie par $g(x) = \dfrac{-5}{2x^2 - 3}$.

**1)** Déterminer l'ensemble de définition de la fonction $g$.

**2)** Calculer les images de $-1$, $0$, $\dfrac{5}{2}$ et de $2\sqrt{3}$ par la fonction $g$.

**3)** Déterminer les antécédents éventuels de 2 par $g$.

**4)** 0 a-t-il un antécédent par cette fonction ? Justifier la réponse.

**5)** A l'aide de la calculatrice, déterminer l'image de $5\sqrt{17} - 1$ par la fonction $g$.

**6)** A l'aide de la calculatrice, déterminer les antécédents par $g$ de $\dfrac{2}{3}$.

**7)** A l'aide de la calculatrice, dresser un tableau de valeurs de $g$ pour $x$ allant de 1 à 3 par pas de $0,25$.

## Exercice 2

**1)** Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

**a)** $5x + 8 = 9x - 7$

**b)** $(x-7)(3x-5) - (9x-4)(x-7) = 0$

**c)** $\dfrac{5x+2}{3-x} - 2 = 0$

**2)** A l'aide de la calculatrice (on écrira l'instruction entrée dans la machine et le résultat obtenu) :

**a)** Factoriser l'expression $x^3 + x^2 + x + 1$.

**b)** Développer l'expression $(x+1)^4$.

**c)** Résoudre l'équation $x^2 + 2x - 3 = 0$.

## Exercice 3

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes (on pourra s'aider d'un tableau de signes) :

1) $(5x+2)(3-x) < 0$

2) $\dfrac{2x-5}{-x+7} \geqslant 0$

3) $\dfrac{2}{2x+3} \leqslant 5$

4) $\dfrac{1}{x} > \dfrac{3}{-7+6x}$

## Exercice 4

Voici le tableau de variations d'une fonction $f$ :

| $x$ | $-4$ | | $-1$ | | $1$ | | $3$ | | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f$ | $-4$ | $\nearrow$ | $-2$ | $\searrow$ | $-5$ | $\nearrow$ | $0$ | $\searrow$ | $-1$ |

**1)** Quel est l'ensemble de définition de la fonction $f$ ?

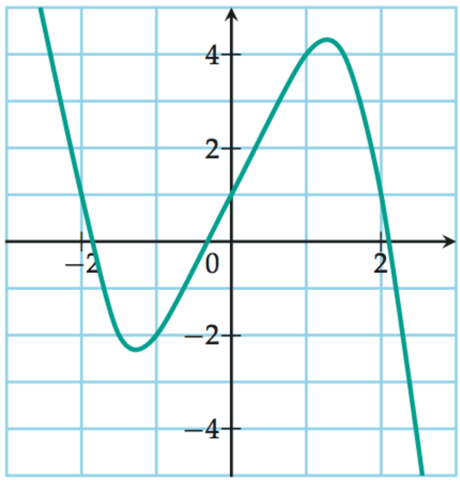
**2)** Indiquer le sens de variations de la fonction $f$.

**3)** Préciser les extrema éventuels de la fonction $f$ et pour quelle(s) valeur(s) ils sont atteints.

**4)** Tracer une courbe susceptible de représenter graphiquement la fonction $f$.

## Exercice 5

On donne la courbe représentative d'une fonction $f$ définie sur $[-2,5\,;2,5]$.




**1)** Dresser le tableau de variations de la fonction $f$ sur $[-2,5\,;2,5]$.

**2)** Par lecture graphique, déterminer :

**a)** l'image de $-1$ par $f$ ;

**b)** $f(0)$, $f(1)$, $f(-2)$, $f(2)$ ;

**c)** le(s) antécédent(s) de 1 par $f$ ;

**d)** les éventuels nombres qui ont 0 pour image par $f$.

**3)** Citer, si possible et à l'aide du graphique, un nombre qui :

**a)** n'a aucun antécédent par $f$ ;

**b)** a exactement un antécédent par $f$ ;

**c)** a exactement deux antécédents par $f$ ;

**d)** a exactement trois antécédents par $f$.

## Exercice 6

Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{2\}$ par
$$f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$$

**1)** A l'aide de la calculatrice, conjecturer le sens de variations de $f$.

**2)** Soient $a$ et $b$ deux nombres réels tels que $2 < a < b$.

- **a)** Démontrer que $f(b) - f(a) = \dfrac{5(a-b)}{(b-2)(a-2)}$.
- **b)** Étudier le signe de $f(b) - f(a)$.
- **c)** En déduire que $f$ est décroissante sur $]2\,;+\infty[$.

**3)** On suppose que $f$ est également décroissante sur $]-\infty\,;2[$.
Dresser alors le tableau de variations de $f$ sur $\mathbb{R} - \{2\}$.

**4)** Tracer la courbe représentative de $f$ dans un repère orthonormal du plan.

## Exercice 7

Soit $h$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = 2x^2 - 4x - 6$.

**1)** Quelle est la nature de la fonction $h$ ?

**2)** **a)** Vérifier que pour tout réel $x$, $h(x) = 2(x-1)^2 - 8$. Comment s'appelle cette forme ?

- **b)** En déduire le tableau de variations de la fonction $h$.

**3)** **a)** Vérifier que pour tout réel $x$, $h(x) = 2(x-3)(x+1)$. Comment s'appelle cette forme ?

- **b)** En déduire le signe de la fonction $h$ en résolvant l'inéquation $h(x) \geqslant 0$.

**4)** Représenter la fonction $h$ dans un repère orthonormal du plan.

**5)** On considère la fonction $g$ définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = h(x) + 9$.

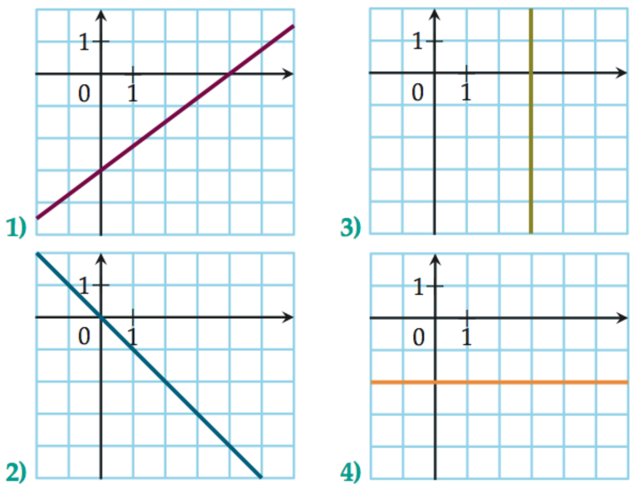
- **a)** Déterminer la forme canonique de $g(x)$.
- **b)** Justifier que la courbe représentative de $g$ ne coupe pas l'axe des abscisses.

## Exercice 8

Pour chacune des droites ci-dessous, déterminer, par lecture graphique :

**1)** L'équation réduite de la droite.

**2)** Une équation cartésienne de la droite.



## Exercice 9

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les points $A(5\,;-10)$ et $B(7\,;-2)$.

**1)** Déterminer une équation cartésienne de la droite $(AB)$.

**2)** Le point $C\left(\dfrac{23}{4}\,;7\right)$ appartient-il à la droite $(AB)$ ?

**3)** La droite $(AB)$ est-elle parallèle à la droite $d$ d'équation $y = 3x - 27$ ?

**4)** Déterminer le point d'intersection de la droite $d$ avec la droite $d'$ d'équation $y = -2x + 11$.

## Exercice 10

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les points $N(-1,6\,;-0,8)$, $E(-4\,;2,4)$ et $Z(2,4\,;7,2)$.

**1)** Faire une figure.

**2)** Calculer les longueurs des côtés du triangle $NEZ$.

**3)** Démontrer que le triangle $NEZ$ est rectangle.

**4)** Calculer les coordonnées du milieu $K$ de $[NZ]$.

**5)** Soit $A$ le symétrique de $E$ par rapport à $K$. Déterminer les coordonnées du point $A$ et vérifier sur le graphique.

## Exercice 11

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les points $A(3\,;5)$, $B(2\,;-1)$, $C(-2\,;-4)$ et $D(-1\,;2)$.

**1)** Faire une figure.

**2)** Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$.

**3)** Que peut-on en déduire pour le quadrilatère $ABCD$ ?

**4)** Déterminer les coordonnées du point $E$ tel que $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB}$.

**5)** Que peut-on en déduire pour les points $A$, $E$ et $B$ ? Justifier la réponse et vérifier sur la figure en plaçant le point $E$.

**6)** Le vecteur $\overrightarrow{u}\left(\dfrac{2}{3}\,;4\right)$ est-il colinéaire au vecteur $\overrightarrow{AB}$ ?

## Exercice 12

**1)** Construire un triangle $ABC$.

**2)** Placer les points $M$, $P$ et $N$ tels que :

**a)** $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$.

**b)** $\overrightarrow{MP} = 2\overrightarrow{MA}$

**c)** $\overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{MC}$

**3)** Démontrer à l'aide de la relation de Chasles que $\overrightarrow{PN} = 2\overrightarrow{AC}$.

**4)** En déduire que les droites $(AC)$ et $(PN)$ sont parallèles et que $A$ et $C$ sont les milieux respectifs de $[PM]$ et $[MN]$.

## Exercice 13

Soient $A$, $B$, $C$ et $D$ quatre points quelconques.

**1)** Démontrer les égalités suivantes :

**a)** $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} - (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BA}) = \overrightarrow{DA}$.

**b)** $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$.

**2)** Simplifier l'écriture des vecteurs suivants :

**a)** $\overrightarrow{u} = (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) + (\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{CD})$.

**b)** $\overrightarrow{v} = (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD}) - (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC})$.