

EXERCICE 1

Déterminer les formes algébriques des nombres complexes suivants :

$$z_1 = 3i^2 - 5(2 + 5i)$$

$$z_2 = 3(2i - 5) - i(3 + 4i)$$

$$z_3 = -5i(3 + 2i) + 3i$$

$$z_4 = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} - \frac{5}{2}i \right) + \frac{3}{4}i$$

$$z_5 = (2 + 3i)^2$$

$$z_6 = (\sqrt{3} - 2i)^2$$

$$z_7 = 2i(7 - i)(3i + 1)$$

EXERCICE 2

Soient $z_1 = \frac{1 - i}{3 + 2i}$, $z_2 = \frac{-2 + 3i}{5 - i}$ et $z_3 = \frac{5i}{4 - i}$.

1. Calculer $z_1 - z_2$.
2. Déterminer la forme algébrique de z_1 .
3. Déterminer le conjugué de z_2 .
4. Calculer z_3^3 .

EXERCICE 3

1. Soit $z = a + 2i$ un nombre complexe, avec $a \in \mathbb{R}$. Déterminer a pour que z^2 soit un imaginaire pur.
2. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n non nul :

$$1 + 2i + 3i^2 + \dots + ni^{n-1} = \frac{-(n+1)i^{n+1} - ni^n + i}{2}$$

3. Déterminer les réels x et y pour que l'on ait : $(3 + 2i)x + 2iy = 3 - i$.
4. A quelle condition sur le réel x le nombre complexe $z = x + 2 + i(-ix + 2x) + 2i - 5ix$ est-il un réel ?
5. Déterminer l'ensemble des points M d'affixes z tel que $Z = \frac{z + 3i}{z + 2}$ soit un imaginaire pur.

EXERCICE 4

Résoudre dans \mathbb{C} les équations suivantes :

1. $3z + 5i = 2z - 2 + 3i$
2. $iz + 1 - i = 0$
3. $-2z + 3 = iz + 1 - i$
4. $z^2 + 3 = 0$
5. $z^2 - (1 + i)^2 = 0$
6. $(z - 2 + 3i)(2z - i) = 0$
7. $(z - 3)(iz + 1) = 0$
8. $2\bar{z} = i - 1$
9. $4z - 2\bar{z} + 1 = i - 1$
10. $3z^2 - 6z + 7 = 0$