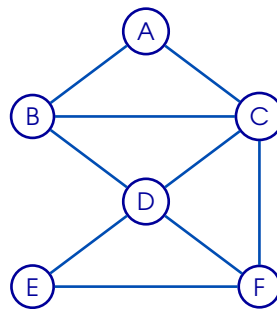


GRAPHES : l'algorithme d'Euler

Objectif :

Découvrir l'algorithme d'Euler, qui a pour but de déterminer, de façon méthodique, une chaîne eulérienne dans un graphe connexe.

On considère le graphe G suivant :



PARTIE 1 : Existence d'une chaîne eulérienne entre B et F.

1. Justifier que le graphe G est connexe.
2. Dresser le tableau des degrés de ses sommets.
3. En déduire que G admet une chaîne eulérienne.
4. Justifier que cette chaîne eulérienne est nécessairement entre les sommets B et F.

PARTIE 2 : L'algorithme d'Euler en action

1. Étape 1 :

Choisir une chaîne d'origine le sommet B et d'extrémité le sommet F, **ne contenant pas deux fois la même arête**.

Ici, la chaîne $\boxed{B - D - F}$ convient.

2. Étape 2 :

Choisir un sommet de la chaîne précédente, et à partir de ce sommet, adjoindre un **cycle** (donc une chaîne fermée ne contenant pas deux fois la même arête) **ne contenant pas les arêtes déjà utilisées**.

Ici, on peut choisir le sommet B et le cycle $B - A - C - B$ qui ne contient pas d'arêtes déjà utilisées. On remplace alors le B de la chaîne précédente par le cycle choisi :

$$\boxed{B - D - F} \Rightarrow \boxed{B - A - C - B - D - F}$$

3. Étape 3 :

Réitérer l'étape 2 sur la chaîne obtenue jusqu'à avoir utilisé toutes les arêtes du graphe.

Ici, on choisit ensuite le sommet C et on adjoint le cycle $C - D - E - F - C$.

$$\boxed{B - A - C - B - D - F} \Rightarrow \boxed{B - A - C - D - E - F - C - B - D - F}$$

On a utilisé toutes les arêtes du graphe, une et une seule fois.

Cette chaîne est donc eulérienne.

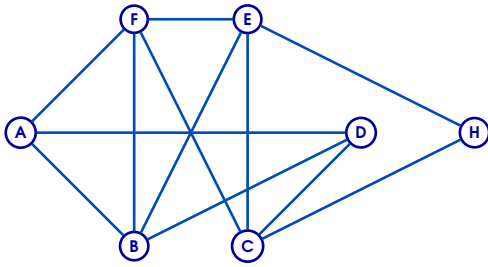
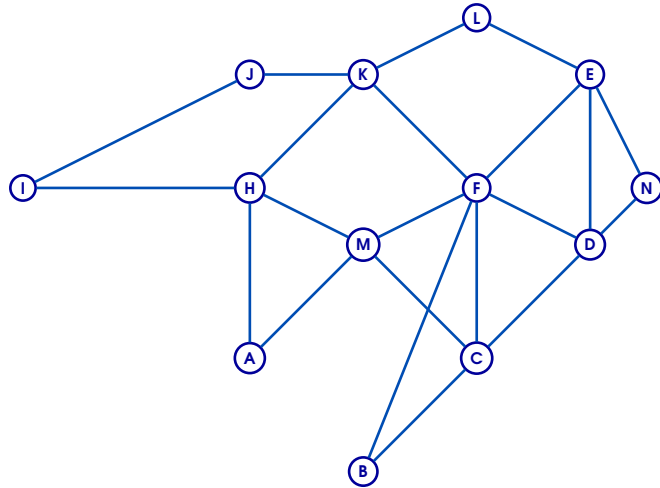
Remarque :

On peut repasser en couleur les arêtes déjà utilisées pour éviter de les utiliser deux fois.

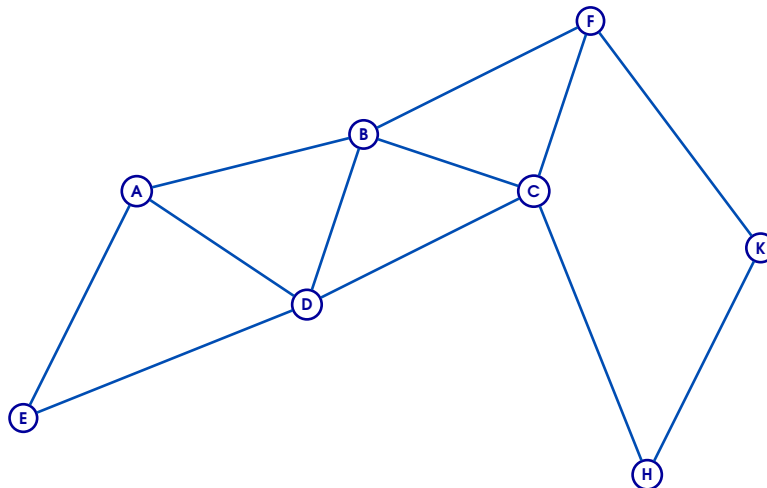
EXERCICE 1

Pour chacun des deux graphes suivants :

1. Justifier que le graphe est connexe.
2. Justifier que le graphe admet une chaîne eulérienne ou un cycle eulérien (préciser).
3. Déterminer une telle chaîne, à l'aide de l'algorithme d'Euler.

Graphe G_1 Graphe G_2 **EXERCICE 2 EXTRAIT BAC 2016**

Un parc de loisirs décide d'ouvrir une nouvelle attraction pour les jeunes enfants : un parcours pédestre où chaque enfant doit recueillir, sur différents lieux, des indices pour résoudre une énigme. Le parcours est représenté par le graphe G ci-dessous. Les sommets représentent des lieux où sont situés des indices ; les arêtes représentent des chemins pédestres qui les relient.



1. Un enfant pourra-t-il parcourir chaque chemin pédestre du parcours une et seule fois ? Si oui, indiquer un parcours possible et sinon expliquer pourquoi.
2. On note M la matrice d'adjacence de ce graphe (les sommets étant pris dans l'ordre alphabétique).
 - (a) Donner la matrice M .
 - (b) Déterminer le nombre de parcours allant de E à H en 4 chemins pédestres. Les citer tous.