

PROBLÈME : utiliser des matrices dans un contexte économique.

Une entreprise fabrique deux types de produits notés A et B. Ces produits sont fabriqués sur trois sites de production S1, S2 et S3.

En septembre 2015 :

- le site S1 a fabriqué 50 milliers d'articles A et 70 milliers d'articles B ;
- le site S2 a fabriqué 40 milliers d'articles A et 90 milliers d'articles B ;
- le site S3 a fabriqué 120 milliers d'articles B ;

1 Partie A : Notion de matrices

1. On peut représenter la production du mois de septembre à l'aide de la matrice P_0 définie ainsi :

$$P_0 = \begin{pmatrix} 50 & 40 & 0 \\ 70 & 90 & 120 \end{pmatrix}$$

- (a) Que représente chaque ligne de cette matrice ?
 (b) Que représente chaque colonne de cette matrice ?
2. La production du mois d'octobre 2015 est donnée par la matrice $P_1 = \begin{pmatrix} 60 & 50 & 0 \\ 70 & 90 & 120 \end{pmatrix}$.
- (a) Combien d'articles A a fabriqué le site S1 durant le mois d'octobre 2015 ?
 (b) Combien d'articles au total le site S2 a-t-il fabriqué durant le mois d'octobre 2015 ?
 (c) Combien d'articles au total ont été fabriqués durant le mois d'octobre 2015 ?

2 Partie B : Premières opérations sur les matrices

1. **Somme de matrices :**

Déterminer la matrice T_1 représentant la production totale des mois de septembre et octobre pour chaque site.

2. **Produit d'une matrice par un réel :**

En novembre 2015, pour faire face à la demande, la direction décide d'augmenter de 10% la production du mois d'octobre de chaque article, dans chaque site. Déterminer la matrice P_2 représentant la production de novembre 2015.

3 Partie C : Produit de deux matrices, 1^{ère} partie

1. **Produit d'une matrice par une matrice colonne :**

Le coût de la main d'œuvre est le même pour chaque article fabriqué, mais il diffère selon le site de production. Pour S1 le coût de la main d'œuvre est de 25 euros par unité ; pour S2, il est de 28 euros ; pour S3, il est de 30 euros.

- (a) Calculer le coût unitaire de la main d'œuvre, en octobre 2015, pour la fabrication des articles A.
 (b) Représenter le coût *unitaire* de la main d'œuvre par une matrice colonne C .
 (c) En considérant les matrices P_1 et C , déterminer la matrice M_1 représentant le coût de la main d'œuvre pour la fabrication en octobre 2015 des articles A et des articles B.
2. **Produit d'une matrice ligne par une matrice :**
- Le prix de la matière première nécessaire à la fabrication de chaque article est de 18 euros pour un article A et 22 euros pour un article B.

- (a) Représenter le coût de la matière première par un vecteur-ligne L .
- (b) En considérant les matrices L et P_1 , déterminer la matrice A_1 représentant le montant des achats de matière première nécessaire à la fabrication des articles en octobre 2015 pour chacun des trois sites.

4 Partie D : Produit de deux matrices, 2^{ème} partie

20% des articles A et 40 % des articles B sont destinés à l'exportation.

1. Calculer le produit matriciel suivant :

$$\begin{pmatrix} 0,2 & 0,4 \\ 0,8 & 0,6 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 60 & 50 & 0 \\ 70 & 90 & 120 \end{pmatrix}$$

2. Donner une interprétation du produit :

$$\begin{pmatrix} 0,2 & 0,4 \\ 0,8 & 0,6 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 60 & 50 & 0 \\ 70 & 90 & 120 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$