NOMBRES COMPLEXES - EXERCICES - Terminales Maths Expertes

EXERCICE 1

Déterminer les formes algébriques des nombres complexes suivants :
$z_1 = 3\mathrm{i}^2 - 5(2+5\mathrm{i})$
$z_2 = 3(2\mathrm{i}-5) - \mathrm{i}(3+4\mathrm{i})$
$z_3 = -5\mathrm{i}(3+2\mathrm{i}) + 3\mathrm{i}$
$z_4 = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{3}{2} - \dfrac{5}{2}\mathrm{i}\right) + \dfrac{3}{4}\mathrm{i}$
$z_5 = (2+3\mathrm{i})^2$
$z_6 = (\sqrt{3} - 2\mathrm{i})^2$
$z_7 = 2\mathrm{i}(7-\mathrm{i})(3\mathrm{i}+1)$

EXERCICE 2

Soient $z_1 = \dfrac{1-\mathrm{i}}{3+2\mathrm{i}}$, $z_2 = \dfrac{-2+3\mathrm{i}}{5-\mathrm{i}}$ et $z_3 = \dfrac{5\mathrm{i}}{4-\mathrm{i}}$.

1. Calculer $z_1 - z_2$.
2. Déterminer la forme algébrique de z_1.
3. Déterminer le conjugué de z_2.
4. Calculer $z_3{}^3$.

EXERCICE 3

1. Soit $z = a + 2\mathrm{i}$ un nombre complexe, avec $a \in \mathbb{R}$. Déterminer a pour que z^2 soit un imaginaire pur.
2. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n non nul :
$$1 + 2\mathrm{i} + 3\mathrm{i}^2 + ... + n\mathrm{i}^{n-1} = \frac{-(n+1)\mathrm{i}^{n+1} - n\mathrm{i}^n + \mathrm{i}}{2}$$
3. Déterminer les réels x et y pour que l'on ait : $(3+2\mathrm{i})x + 2\mathrm{i}y = 3 - \mathrm{i}$.
4. A quelle condition sur le réel x le nombre complexe $z = x + 2 + \mathrm{i}(-\mathrm{i}x + 2x) + 2\mathrm{i} - 5\mathrm{i}x$ est-il un réel ?
5. Déterminer l'ensemble des points M d'affixes z tel que $Z = \dfrac{z+3\mathrm{i}}{z+2}$ soit un imaginaire pur.

EXERCICE 4

Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :

1. $3z + 5\mathrm{i} = 2z - 2 + 3\mathrm{i}$
2. $\mathrm{i}z + 1 - \mathrm{i} = 0$
3. $-2z + 3 = \mathrm{i}z + 1 - \mathrm{i}$
4. $z^2 + 3 = 0$
5. $z^2 - (1+\mathrm{i})^2 = 0$
6. $(z - 2 + 3\mathrm{i})(2z - \mathrm{i}) = 0$
7. $(z-3)(\mathrm{i}z + 1) = 0$
8. $2\overline{z} = \mathrm{i} - 1$
9. $4z - 2\overline{z} + 1 = \mathrm{i} - 1$
10. $3z^2 - 6z + 7 = 0$