Seconde – Chapitre 07

INFORMATION CHIFFRÉE ET STATISTIQUE DESCRIPTIVE

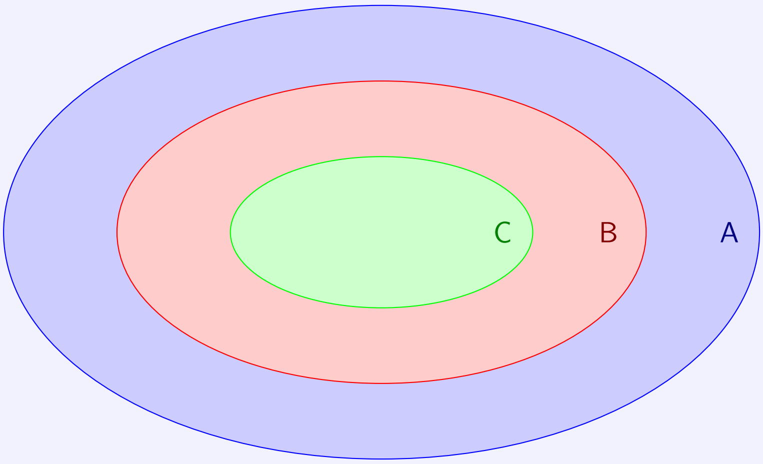


Table des matières

I Proportion et pourcentage

1) Population et sous-population

DÉFINITIONS

- On appelle **population** un ensemble d'éléments appelés les **individus**.
- On appelle **sous-population** une partie de la population.

REMARQUE

Les individus d'une population ne sont pas toujours des personnes : il peut s'agir d'objets ou autre.

EXEMPLE

On considère la **population** constituée par les élèves d'un lycée. Un **individu** est un élève. L'ensemble des élèves des classes de Seconde constitue une **sous-population** de la population des élèves du lycée.

2) Proportion d'une sous-population

DÉFINITION

On considère une population qui possède N individus et une sous-population composée de n individus.
La **proportion** d'individus de la sous-population, notée p, est égale à $p = \dfrac{n}{N}$.

REMARQUE

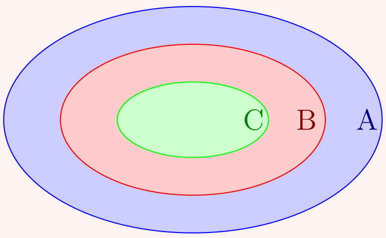
p peut s'exprimer en pourcentage.

EXEMPLE

On reprend les données de l'exemple précédent. Si le lycée est constitué de 320 élèves dont 80 en Seconde, alors la proportion des élèves de Seconde est égale à $p = \dfrac{80}{320} = \dfrac{1}{4} = 0,25$ soit 25%.

3) Pourcentage de pourcentage

PROPRIÉTÉ



Soit une population notée A, une sous-population de A notée B, et une sous-population de B notée C.
Soit p_B la proportion d'individus de la population B dans A.
Soit p_C la proportion d'individus de la population C dans B.

Alors la proportion p d'individus de C dans A est égale à $p = p_B \times p_C$.

EXEMPLE

Parmi les élèves d'un lycée, 35% sont des élèves de Seconde.
Parmi ces élèves de Seconde, 45% sont des garçons.
La proportion des garçons de Seconde dans la population totale du lycée est donc :

$$p = 0,35 \times 0,45 = 0,1575$$

Ainsi, $15,75\%$ des élèves du lycée sont des garçons en classe de Seconde.

II Variations d'une quantité

1) Variation absolue

DÉFINITION

On considère une quantité qui varie au cours du temps.
On note V_I la quantité initiale et V_F la quantité finale.

On appelle **variation absolue** de la quantité le réel égal à $V_F - V_I$.

REMARQUE

La variation absolue s'écrit dans la même unité que la quantité étudiée.

EXEMPLE

Le prix d'un article est passé de 120 euros à 90 euros.
La variation absolue du prix de cet article est donc de $90 - 120$, soit -30 euros.

PROPRIÉTÉ

- Si la variation absolue d'une quantité est positive, alors cette quantité a augmenté.
- Si la variation absolue d'une quantité est négative, alors cette quantité a diminué.

2) Variation relative

DÉFINITION

On considère une quantité qui varie au cours du temps.
On note V_I la quantité initiale et V_F la quantité finale.

On appelle **variation relative** de V_F par rapport à V_I le réel égal à $\dfrac{V_F - V_I}{V_I}$.

REMARQUES

- La variation relative n'a pas d'unité.
- On parle aussi de « taux d'évolution ». On peut l'exprimer en pourcentage.

EXEMPLE

Dans l'exemple précédent, la variation relative est alors de $\dfrac{90 - 120}{120} = \dfrac{-30}{120} = -0,25$

III Évolutions d'une quantité

1) Coefficient multiplicateur

EXEMPLES

- On considère un article vendu 5 euros. Son prix augmente de 12%. Quel est son nouveau prix ?
- On considère un article vendu 5 euros. Son prix diminue de 14%. Quel est son nouveau prix ?
- Généralisation : soit une quantité x qui augmente de t%. Quel est son nouveau prix ?

PROPRIÉTÉ & DÉFINITION

Soit t un réel positif.

- Augmenter une quantité de t% revient à la multiplier par $1+\dfrac{t}{100}$.
- Diminuer une quantité de t% revient à la multiplier par $1-\dfrac{t}{100}$.

Dans les deux cas, le réel $1+\dfrac{t}{100}$ est appelé le **coefficient multiplicateur**.

REMARQUE

- Le coefficient multiplicateur d'une hausse est strictement supérieure à 1.
- Le coefficient multiplicateur d'une baisse est strictement inférieure à 1.

EXERCICE

- Un ticket de cinéma à $7,5$ euros diminue de 23%. Quel est son nouveau prix (arrondie au centième) ?
- Chaque été, la population d'une île est multipliée par 13. Quel est le pourcentage d'augmentation ?

2) Évolutions successives

PROPRIÉTÉ

- Pour appliquer plusieurs évolutions successives à une quantité, il suffit de multiplier la quantité par le produit des coefficients multiplicateurs de chaque évolution.
- Le produit de ces coefficients multiplicateurs permet de déterminer le taux d'évolution global.

EXEMPLES

- Un club de sport compte 2 000 adhérents en 2023.
Le nombre d'adhérents augmente de 5% en 2024, puis de 7% en 2025.

1) Combien ce club compte-t-il d'adhérents en 2025 ?

2) Quel est le taux d'évolution global du nombre d'adhérents de ce club entre 2023 et 2025 ?

- Un article coûtant 25 euros un lundi voit son prix augmenter de 10% le mardi, puis ce nouveau prix diminue de 10% le mercredi. Combien coûte l'article le mercredi ?

REMARQUE

Le pourcentage global d'une évolution n'est pas la somme des pourcentages des différentes évolutions. En particulier, une augmentation d'une quantité de t% suivie d'une diminution de t% ne redonne pas la quantité initiale.

3) Évolution réciproque

PROPRIÉTÉ & DÉFINITION

Soient deux quantités V_1 et V_2.

• On appelle **évolutions réciproques** les évolutions qui permettent de passer de V_1 à V_2 d'une part, et de V_2 à V_1 d'autre part.

• Les coefficients multiplicateurs de deux évolutions réciproques sont inverses l'un de l'autre.

EXEMPLE

Un prix augmente de 25%. De combien doit-il diminuer pour retrouver son prix d'origine ?

IV Indicateurs de séries statistiques

1) Vocabulaire

DÉFINITIONS

• L'ensemble sur lequel porte l'étude d'une série statistique s'appelle la **population**.

• Un élément de la population est un **individu**.

• L'objet étudié s'appelle le **caractère** de la série.

• Si le caractère prend des valeurs **numériques**, on dit qu'il est **quantitatif**. Sinon, il est **qualitatif**.

• Un caractère quantitatif peut être **discret** (s'il prend des valeurs isolés, par exemple $1,\ 2,\ 3, 4,\ -5...$) ou **continu** (s'il prend toute valeur dans un intervalle appelé aussi **classe**.

• La **fréquence** f d'une valeur est le quotient de l'effectif de cette valeur par l'effectif total.

EXEMPLE

Dans une boulangerie, le poids affiché de la baguette est de 250 grammes.
Lors d'un contrôle, un agent du service des fraudes a prélevé des baguettes et a relevé leurs poids. Les résultats sont dans le tableau suivant :

Poids de la baguette (en g)	247	248	249	250	251	252	253
Nombre de baguettes	2	5	11	15	8	6	3

1) Quelle est la population ? Le caractère étudié ? Est-il quantitatif ou qualitatif ?

2) Quel est l'effectif total de la population ?

3) Calculer la fréquence de baguettes pesant exactement 250 grammes sur l'ensemble des baguettes pesées.

2) Indicateurs de tendance centrale

On considère la série statistique composée de p valeurs et donnée par le tableau ci-dessous :

Valeur	x_1	x_2	...	x_p
Effectif	n_1	n_2	...	n_p
Fréquence	f_1	f_2	...	f_p

PROPRIÉTÉ & DÉFINITION

La **moyenne pondérée** de cette série est le réel noté $\overline{x}$ égal à :

$$\overline{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + ... + n_px_p}{N}$$

où $N = n_1 + n_2 + ... + n_p$ est l'effectif total de la série.

REMARQUE

On a aussi : $\overline{x} = f_1x_1 + f_2x_2 + ... + f_px_p$.

EXEMPLE

Calculer la moyenne de la série dans l'exemple des baguettes et interpréter le résultat.

PROPRIÉTÉ

Linéarité de la moyenne : lorsque toutes les valeurs de la série sont transformées par une fonction affine $x \mapsto mx + p$ (avec m et p des réels), alors la moyenne de la nouvelle série est $m\overline{x} + p$.

EXEMPLE

Voici les notes d'une interrogation d'une classe :

Notes	08	09	10	11	12	13	14
Nombre de copies	2	5	3	5	8	7	5

1) Calculer la moyenne de la classe.

2) Le professeur choisit d'augmenter toutes les notes d'un point. Que devient la moyenne ?

3) Finalement, le professeur change d'avis et décide d'augmenter toutes les notes de 15%. Que devient la moyenne ?

3) Indicateurs de dispersion

DÉFINITIONS

On considère que les valeurs d'une série statistique sont **rangées dans l'ordre croissant**.

• Le **1er quartile**, noté Q_1, est la plus petite valeur de la série telle qu'au moins 25% des valeurs lui soient inférieures ou égales.

• Le **3e quartile**, noté Q_3, est la plus petite valeur de la série telle qu'au moins 75% des valeurs lui soient inférieures ou égales.

• L'intervalle $[Q_1\,;Q_3]$ est appelé **l'intervalle interquartile**. Il contient 50% des valeurs de la série.

• La longueur de cet intervalle est appelé l'**écart interquartile** et vaut $Q_3 - Q_1$.

EXEMPLE

On reprend l'exemple de la boulangerie :

Poids de la baguette (en g)	247	248	249	250	251	252	253
Nombre de baguettes	2	5	11	15	8	6	3

Calculer Q_1, Q_2, et en déduire l'intervalle interquartile et l'écart interquartile.

DÉFINITIONS

• La **variance**, généralement notée V, d'une série statistique est la moyenne des carrés des écarts entre les valeurs de la série et la moyenne $\overline{x}$.

• L'**écart-type**, noté σ, d'une série statistique est la racine carrée de la variance. Il donne une indication de dispersion moyenne des valeurs autour de la moyenne.

REMARQUE

Plus l'écart-type est grand, plus les valeurs de la série sont dispersées.

EXEMPLE

On reprend l'exemple de la boulangerie.
Calculer l'écart-type σ de cette série (arrondi au centième).