

# FONCTION EXPONENTIELLE : exercices

## EXERCICE 1 – UNICITÉ DE LA FONCTION EXPONENTIELLE

---

Le cours indique qu'il existe une unique fonction  $f$  définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$  telle que  $f' = f$  et  $f(0) = 1$ .

Le but de cet exercice est de démontrer que cette fonction (définie comme la fonction exponentielle) est **unique** (l'existence est admise).

On suppose donc qu'il existe une deuxième fonction  $g$  définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$  et vérifiant  $g(0) = 1$  et  $g' = g$ , et on pose la fonction  $\varphi$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $\varphi(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$ .

1. Justifier que  $\varphi$  est bien définie sur  $\mathbb{R}$ .
2. Justifier que  $\varphi$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et déterminer sa fonction dérivée.
3. En déduire l'expression de  $\varphi(x)$  pour tout réel  $x$ .
4. Que peut-on en conclure pour les fonctions  $f$  et  $g$  ?

## EXERCICE 2 –

---

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = (2x + 1)e^x$ .

1. Justifier que pour tout réel  $x$ ,  $f'(x) = (2x + 3)e^x$ .
2. En déduire le sens de variation de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .

## EXERCICE 3 –

---

Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = e^x - x$ .

1. Étudier le sens de variations de la fonction  $g$  sur  $\mathbb{R}$ .
2. Déterminer l'équation de la tangente  $T_1$  à la courbe représentative de  $g$  au point d'abscisse 1.

## EXERCICE 4 –

---

Soit  $h$  la fonction définie par  $h(x) = \frac{2e^x + 3}{e^x - 1}$ .

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction  $h$ .
2. Calculer  $h'(x)$  et en déduire les variations de  $h$ .
3. Tracer l'allure de la courbe de la fonction  $h$ .

## EXERCICE 5 –

---

Étudier les variations de la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = e^{2x} - 2x + 1$ .

## EXERCICE 6 –

---

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = e^{-x^2}$ .

1. Calculer  $f'(x)$  et en déduire les variations de  $f$ .
2. Dresser le tableau de variations de  $f$ .