Exercice 1 – Parité

Les fonctions suivantes sont-elles paires sur $\mathbb{R}$? impaires sur $\mathbb{R}$? ni paire ni impaire ?

$f(x) = 3 + \cos(x)$ $\qquad g(x) = \dfrac{\sin(x)}{x^2+1}$ $\qquad h(x) = x^3 + x$

$k(x) = \sin(x) + \cos(x)$ $\qquad m(x) = 4x + 3$ $\qquad n(x) = \dfrac{-x}{1+x^2}$

Exercice 2 – Périodicité

1) Démontrer que les fonctions suivantes sont périodiques de période T :

a) $f(x) = -4\cos(x)$ et $T = 2\pi$.

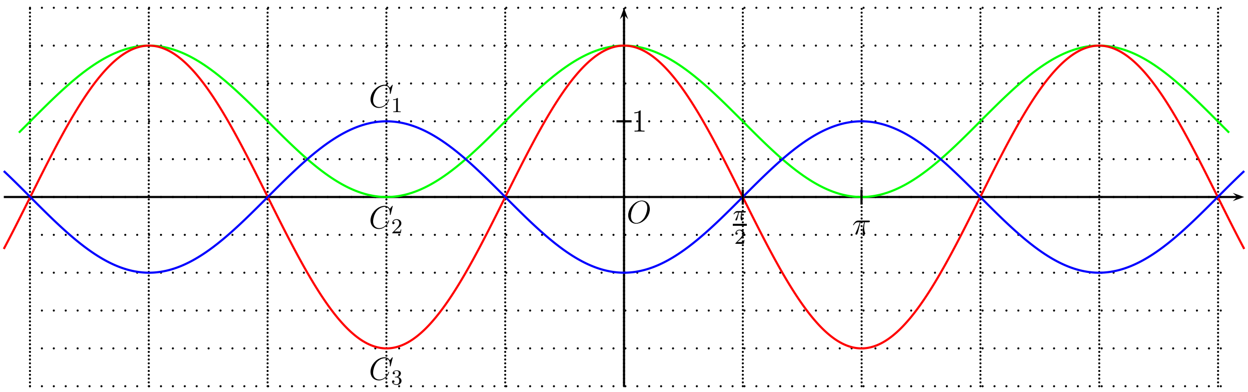
b) $g(x) = 3 + 4\sin(3x)$ et $T = \dfrac{2\pi}{3}$.

2) On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \sin(\pi x)$.
Montrer que la fonction f est périodique et préciser la période.

Exercice 3 – Reconnaitre une fonction

On considère les fonctions f, g et h définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \cos(x) + 1 \quad ; \quad g(x) = 2\cos(x) \quad ; \quad h(x) = -\cos(x).$$

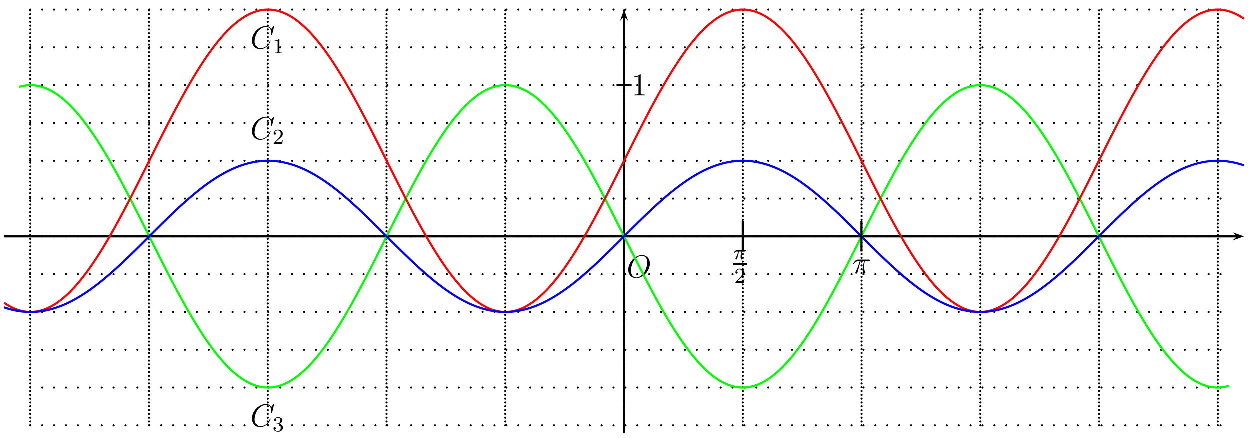


Associer à chaque fonction sa courbe représentative, en expliquant le choix fait.

Exercice 4 – Reconnaitre une fonction – bis

On considère les fonctions f, g et h définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -\sin(x) \quad ; \quad g(x) = 0,5 + \sin(x) \quad ; \quad h(x) = 0,5\sin(x).$$



Associer à chaque fonction sa courbe représentative, en expliquant le choix fait.

Exercice 5 – Étude de fonctions

1) Étudier le sens de variations de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x + \sin(x)$.

2) Étudier le sens de variations de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 9x + 3\cos(2x - 1)$.

Exercice 6 – Exercice bilan

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + \sin(x)$.
Dans un repère orthonormé, on note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de f et $\mathcal{D}$ la droite d'équation $y = x$.

1) Étudier la parité de f. Que peut-on en déduire pour la courbe $\mathcal{C}$?

2) Montrer que, pour tout réel x, on a $f(x + 2\pi) = f(x) + 2\pi$.
Tracer la courbe $\mathcal{C}$ sur la calculatrice. Comment peut-on interpréter le résultat ?

3) **a)** Étudier le signe de la fonction h définie sur $[0\,;2\pi]$ par $h(x) = f(x) - x$.

b) Que peut-on en déduire pour les courbes $\mathcal{C}$ et $\mathcal{D}$?

Exercice 7 – Respiration

La vitesse du flux d'air, en L/s, au cours de la respiration chez une personne au repos, peut être modélisée en fonction du temps, en secondes, par $f(t) = 0,6\sin\left(\dfrac{2\pi}{5}t\right)$.
La vitesse du flux d'air est positive lorsque la personne inspire et négative lorsqu'elle expire.

1) Vérifier que la période d'un cycle respiratoire de cette personne (inspiration et expiration) est de 5 secondes.

2) A quels instants du cycle respiratoire, de 0 à 5 secondes, la personne inspire et expire-t-elle 0, 3 L/s ?

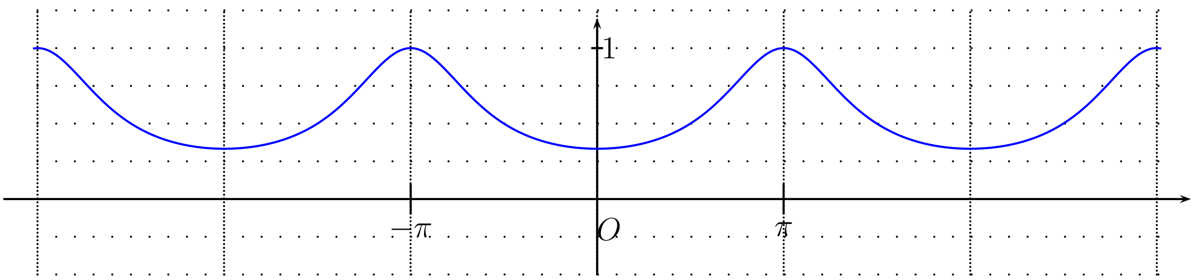
Exercice 8 – Un dernier pour la route

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \frac{1}{2 + \cos(x)}$$

1) Justifier que la fonction f est bien définie sur $\mathbb{R}$.

2) Voici la représentation graphique de la fonction f dans un repère orthogonal :



a) Conjecturer à l'aide du graphique la parité et la période de f.

b) Démontrer ces conjectures.

c) Justifier alors que l'on peut étudier le sens de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\pi]$.

3) **a)** On admet que f est dérivable sur $[0\,;\pi]$.
Justifier que pour tout réel de $[0\,;\pi]$, $f'(x) = \dfrac{\sin(x)}{(2 + \cos(x))^2}$.

b) En déduire le sens de variations de f sur $[0\,;\pi]$ et dresser son tableau de variations sur $[0\,;\pi]$.