Exercice 1

On considère un réel $x \in \left[-\frac{\pi}{2}\,;\frac{\pi}{2}\right]$ tel que $\sin x = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$.

1) Déterminer la valeur exacte de $\cos x$.

2) On sait que $x \in \left\{\frac{\pi}{12}\,;\frac{5\pi}{12}\,;-\frac{\pi}{12}\,;-\frac{5\pi}{12}\right\}$. En procédant par élimination, déterminer la valeur exacte de x.

Exercice 2

1) Sachant que $\cos\left(\frac{9\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$, calculer la valeur exacte de $\sin\left(\frac{9\pi}{5}\right)$.

2) En déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)$.

Exercice 3

Dans chacun des cas suivants, déterminer $\cos x$.

1) $x \in \left[\frac{\pi}{2}\,;\pi\right]$ et $\sin x = \frac{1}{4}$.

2) $x \in \left[-\frac{\pi}{3}\,;\frac{\pi}{3}\right]$ et $\sin x = -0{,}6$.

3) $x \in \left[-\frac{\pi}{2}\,;0\right]$ et $\sin x = -\frac{2}{3}$.

Exercice 4

On considère un entier relatif n (qui peut être négatif ou positif).
Déterminer, éventuellement en fonction de n, le cosinus et le sinus des réels suivants :

$$2n\pi\ ;\quad (2n+1)\pi\ ;\quad n\pi\ ;\quad -\frac{\pi}{2}+(2n+1)\pi.$$

Exercice 5

Simplifier les expressions suivantes :

1) $A = \cos 0 + \cos\frac{\pi}{4} + \cos\frac{\pi}{2} + \cos\pi$.

2) $B = \cos(-\pi) + \cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) + \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)$.

3) $C = \sin\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{3} + \sin\frac{\pi}{2} + \sin\frac{2\pi}{3} + \sin\frac{5\pi}{6} + \sin\pi$.

Exercice 6

Exprimer en fonction de $\cos x$ ou de $\sin x$ les réels suivants :

$D = \cos\left(\frac{5\pi}{2} - x\right)$.

$E = \sin(x + 100\pi)$.

$F = \sin(x + 71\pi)$.

$G = \cos(x - 78\pi)$.

$H = \cos\left(\frac{2016\pi}{2} + x\right)$.

$J = \sin\left(\frac{2017\pi}{2} + x\right)$.

$K = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 4\sin\left(-x - \frac{\pi}{2}\right) - 5\sin(\pi + x)$.

$L = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - 2\cos\left(-x - \pi\right) + 5\sin(-x)$.

Exercice 7

A l'aide d'un cercle trigonométrique, déterminer toutes les valeurs possibles de x vérifiant les conditions données.

1) $\cos x = \frac{1}{2}$ et $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, avec $x \in]-\pi\,;\pi]$.

2) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$, avec $x \in]-\pi\,;\pi]$.

3) $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\sin x = -\frac{1}{2}$, avec $x \in]-\pi\,;3\pi]$.

4) $\cos x = 0$ et $\sin x = -1$, avec $x \in]-2\pi\,;3\pi]$.

Exercice 8

A l'aide d'un cercle trigonométrique, résoudre les équations suivantes dans l'intervalle $]-\pi\,;\pi]$:

1) $\cos x = \frac{1}{2}$. **2)** $\sin x = \frac{1}{2}$. **3)** $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. **4)** $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Exercice 9

Représenter sur un cercle trigonométrique l'ensemble des points M associés aux réels x suivants. On tracera un cercle par question.

1) $0 \leqslant \cos x \leqslant 1$.

2) $\cos x \in \left[\frac{1}{2}\,;1\right]$.

3) $-1 < \sin x \leqslant 0$.

4) $-\frac{1}{2} \leqslant \sin x \leqslant 1$.

5) $\sin x \in \left[-\frac{\sqrt{2}}{2}\,;0\right[$.

6) $\cos x \in \left[-\frac{1}{2}\,;\frac{\sqrt{3}}{2}\right[$.

Exercice 10

A l'aide d'un cercle trigonométrique, résoudre les inéquations suivantes dans $]-\pi\,;\pi]$:
On tracera un cercle par question.

1) $\sin x < \frac{1}{2}$.

2) $\cos x \geqslant \frac{1}{2}$.

3) $\cos x > \frac{1}{\sqrt{2}}$.

4) $\sin x \leqslant \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Exercice 11

Résoudre dans $]-\pi\,;\pi]$ les équations suivantes :

1) $2\cos^2 x + 9\cos x + 4 = 0$.

2) $4\sin^2 x - 2\left(1+\sqrt{3}\right)\sin x + \sqrt{3} = 0$.