

Exercice 1

On considère un réel $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ tel que $\sin x = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$.

- 1) Déterminez la valeur exacte de $\cos x$.
- 2) On sait que $x \in \left\{\frac{\pi}{12}; \frac{5\pi}{12}; -\frac{\pi}{12}; -\frac{5\pi}{12}\right\}$. Déterminez la valeur exacte de x .

Exercice 2

- 1) Sachant que $\cos\left(\frac{9\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{5} + 1}{4}$, calculez la valeur exacte de $\sin\left(\frac{9\pi}{5}\right)$.
- 2) Déduisez-en les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)$.

Exercice 3

Dans chacun des cas suivants, déterminez $\cos x$.

- 1) $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ et $\sin x = \frac{1}{4}$.
- 2) $x \in \left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$ et $\sin x = -0,6$.
- 3) $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$ et $\sin x = -\frac{2}{3}$.

Exercice 4

On considère un entier relatif n (qui peut être négatif ou positif).

Déterminez, éventuellement en fonction de n , le cosinus et le sinus des réels suivants :

$$2n\pi ; \quad (2n + 1)\pi ; \quad n\pi ; \quad -\frac{\pi}{2} + (2n + 1)\pi.$$

Exercice 5

Simplifiez les expressions suivantes :

- 1) $A = \cos 0 + \cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{2} + \cos \pi$.
- 2) $B = \cos(-\pi) + \cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) + \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)$.
- 3) $C = \sin \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{3} + \sin \frac{\pi}{2} + \sin \frac{2\pi}{3} + \sin \frac{5\pi}{6} + \sin \pi$.

Exercice 6

Exprimez en fonction de $\cos x$ ou de $\sin x$ les réels suivants :

- 1) $D = \cos\left(\frac{5\pi}{2} - x\right)$.
- 2) $E = \sin(x + 100\pi)$.
- 3) $F = \cos\left(\frac{2016\pi}{2} + x\right)$.
- 4) $G = \sin\left(\frac{2017\pi}{2} + x\right)$.
- 5) $H = \sin(x - 78\pi)$.

$$6) J = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 4 \sin\left(-x - \frac{\pi}{2}\right) - 5 \sin(\pi + x).$$

$$7) K = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - 2 \cos(-x - \pi) + 5 \sin(-x).$$

Exercice 7

Calculez les valeurs exactes de : $\cos\left(\frac{8\pi}{3}\right)$; $\sin\left(-\frac{18\pi}{4}\right)$; $\cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$; $\sin\left(-\frac{35\pi}{4}\right)$.

Exercice 8

En vous aidant d'un cercle trigonométrique, déterminez toutes les valeurs possibles de x vérifiant les conditions données.

$$1) \cos x = \frac{1}{2} \text{ et } \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ avec } x \in]-\pi ; \pi].$$

$$2) \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ et } \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}, \text{ avec } x \in]-\pi ; \pi].$$

$$3) \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ et } \sin x = -\frac{1}{2}, \text{ avec } x \in]-\pi ; 3\pi].$$

$$4) \cos x = 0 \text{ et } \sin x = -1, \text{ avec } x \in]-2\pi ; 3\pi].$$

Exercice 9

Résolvez les équations suivantes dans l'intervalle $]-\pi ; \pi]$:

$$1) \cos x = \frac{1}{2}.$$

$$2) \sin x = \frac{1}{2}.$$

$$3) \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$4) \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Exercice 10

Représenter sur un cercle trigonométrique l'ensemble des points M associés aux réels x suivants. On tracera un cercle par question.

$$1) 0 \leq \cos x \leq 1.$$

$$4) -\frac{1}{2} \leq \sin x \leq 1.$$

$$2) \cos x \in \left[\frac{1}{2}; 1\right].$$

$$5) \sin x \in \left[-\frac{\sqrt{2}}{2}; 0\right[.$$

$$3) -1 < \sin x \leq 0.$$

$$6) \cos x \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right[.$$

Exercice 11

En vous aidant du cercle trigonométrique, résolvez les inéquations suivantes :

$$1) \sin x < \frac{1}{2} \text{ dans }]-\pi ; \pi].$$

$$3) \cos x > \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ dans } [-\pi ; 3\pi].$$

$$2) \cos x \geq \frac{1}{2} \text{ dans } [0 ; 2\pi].$$

$$4) \sin x \leq \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ dans }]-\pi ; 2\pi].$$

Exercice 12

Résolvez dans \mathbb{R} les équations suivantes :

$$1) 2 \cos^2 x + 9 \cos x + 4 = 0.$$

$$2) 4 \sin^2 x - 2(1 + \sqrt{3}) \sin x + \sqrt{3} = 0.$$