

I Introduction

Exercice 1 FORMES DÉVELOPPÉES

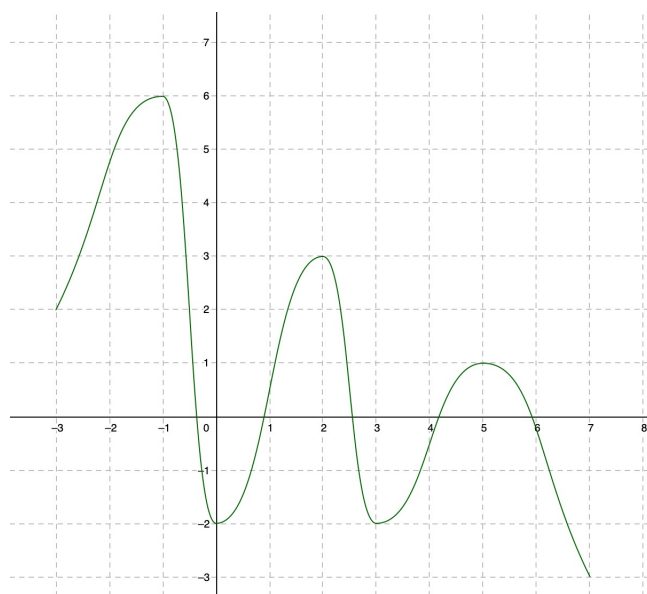
Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes, où x est un réel quelconque.

- $f(x) = (-3x + 1)(x + 2)$
- $g(x) = (5x - 3)(3 + 6x)$
- $h(x) = (2x - 5)^2 + (x - 4)(x + 4)$
- $k(x) = 3 - 2\left(x + \frac{3}{2}\right)^2$

Exercice 2 RÉOLUTION D'ÉQUATIONS

- 1) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $x^2 = 25$.
- 2) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $3x^2 = 9$.
- 3) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $(2x + 5)(x - 3) = 0$.
- 4) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $(5 - 2x)(x + 3) = 0$.
- 5) Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $\frac{4x + 3}{5 - 2x} \geq 0$.
- 6) Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $\frac{5 - 3x}{2x - 2} \geq 0$.

Exercice 3 LECTURES GRAPHIQUES



Soit f une fonction définie sur $[-3; 7]$ et dont la courbe est représentée ci-contre.

- 1) Déterminer graphiquement et sans justifier les valeurs de $f(-2)$ et $f(6)$.
- 2) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) > 1$ sur $[-3; 7]$ (on ne demande pas de justification).
- 3) Dresser, sans justifier, le tableau de variations de la fonction f sur $[-3; 7]$.

Exercice 4 LA MEILLEURE FORME

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3(x - 1)(x + 2)$.

- 1) Développer, réduire et ordonner $f(x)$.
- 2) Montrer que pour tout réel x , $f(x) = 3\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{27}{4}$.
- 3) En utilisant la forme la plus adaptée, répondre aux questions suivantes :
 - a) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $f(x) = 0$.
 - b) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $f(x) = -6$.
 - c) Calculer l'image de $\sqrt{2}$ par f .
 - d) Calculer l'image de $-\frac{1}{2}$ par f .

II Forme factorisée et racines

Exercice 5

Soit f la fonction polynôme du second degré telle que $f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$, $f\left(-\frac{3}{4}\right) = 0$ et $f(0) = 1$.
Déterminer l'expression de $f(x)$ sous forme factorisée, puis sous forme développée.

Exercice 6

Soit g une fonction polynôme du second degré. Sa courbe représentative \mathcal{C}_g coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisse -3 et 4 et passe par le point $A(3; 2)$.
Déterminer l'expression de $f(x)$ sous forme factorisée, puis sous forme développée.

Exercice 7

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -3x^2 - 9x + 30$.

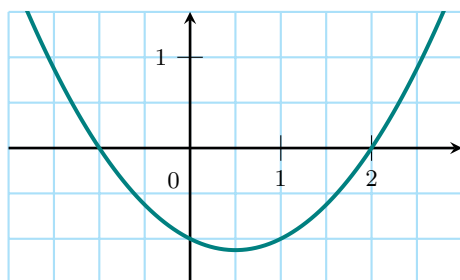
- 1) Montrer que pour tout réel x , $f(x) = (-3x + 6)(x + 5)$.
- 2) En déduire les racines de f .
- 3) Déterminer la fonction polynôme du second degré g ayant les mêmes racines que f et telle que $g(0) = 20$.

Exercice 8

Soit f une fonction polynôme du second degré définie sur \mathbb{R} telle que $f(1) = 1$, $f(-2) = 4$ et $f(0) = 6$.
Soit g la fonction polynôme du second degré définie sur \mathbb{R} par $g(x) = f(x) - x^2$.

- 1) Calculer $g(1)$, $g(-2)$ et $g(0)$.
- 2) En déduire une factorisation de $g(x)$.
- 3) En déduire alors l'expression de $f(x)$ sous forme développée.

Exercice 9



f est une fonction polynôme du second degré dont une partie de la courbe représentative est donnée ci-contre.
Déterminer la forme factorisée puis la forme développée de $f(x)$.

III Forme canonique

Exercice 10

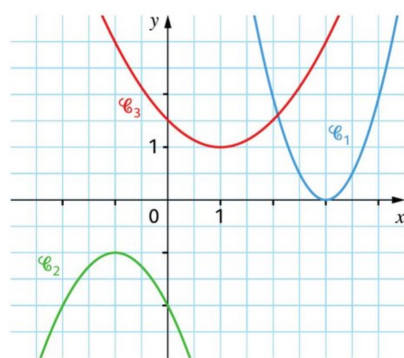
Déterminer dans chacun des cas la forme canonique de la fonction polynôme du second degré f :

- | | | |
|-----------------------------|------------------------------|-----------------------------|
| (1) $f(x) = x^2 - 6x + 5$ | (4) $f(x) = 4x^2 - 64x - 40$ | (7) $f(x) = 3x^2 + 5x - 1$ |
| (2) $f(x) = 3x^2 + 9x - 4$ | (5) $f(x) = -2x^2 + 6x + 2$ | (8) $f(x) = -4x^2 + 3x + 5$ |
| (3) $f(x) = -2x^2 + 8x - 2$ | (6) $f(x) = x^2 + x + 1$ | (9) $f(x) = -2x^2 + 5x$ |

Exercice 11

Soit f la fonction polynôme définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2x^2 - 7x + 1$ et \mathcal{C} sa courbe représentative dans un repère du plan.

- 1) Déterminer la forme canonique de $f(x)$.
- 2) En déduire le tableau de variations de f sur \mathbb{R} .
- 3) Donner l'équation de l'axe de symétrie de \mathcal{C} et les coordonnées du sommet S de \mathcal{C} .

Exercice 12

Les fonctions f , g et h sont définies sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = -(x + 1)^2 - 1$$

$$g(x) = \frac{1}{2}(x - 1)^2 + 1$$

$$h(x) = 2(x - 3)^2$$

On donne ci-contre leurs courbes représentatives.
Associer, en justifiant, chaque fonction à sa courbe.

IV Résolution d'équations**Exercice 13**

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes, sans utiliser le discriminant :

- | | | |
|----------------------------------|--------------------------|---------------------------------|
| (1) $(3x - 1)(2x + 3) = 0$ | (4) $5x^2 - 3x = 0$ | (7) $-9x^2 + 24x - 16 = 0$ |
| (2) $5x^2 - 4 = 1$ | (5) $-4x^2 - 6 = 0$ | (8) $-4x^2 + 3x + 8 = 4(x + 2)$ |
| (3) $(x - 2)^2 - (4 - 3x)^2 = 0$ | (6) $4x^2 + 12x + 9 = 0$ | |

Exercice 14

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

- | | | |
|---------------------------|-----------------------------------|-------------------------|
| (1) $3x^2 + 2x + 5 = 0$ | (4) $4x^2 + 2x - \frac{3}{4} = 0$ | (7) $-4x^2 + x + 2 = 0$ |
| (2) $3x^2 - 15x + 18 = 0$ | (5) $5x^2 - 2x - 3 = 0$ | (8) $5x^2 + 5x - 1 = 0$ |
| (3) $-2x^2 - x + 1 = 0$ | (6) $9x^2 + 30x + 25 = 0$ | (9) $2x^2 + 5 = 0$ |

Exercice 15

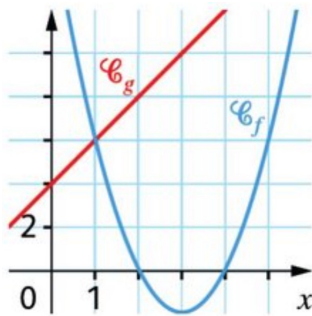
Soit f la fonction polynôme du second degré définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -4x^2 + x + 5$.

- 1) Déterminer la forme canonique de $f(x)$.
- 2) Déterminer les racines de $f(x)$ et en déduire la forme factorisée de $f(x)$.
- 3) En utilisant la forme de $f(x)$ la plus adaptée :
 - a) Calculer l'image de 0 et l'image de $\sqrt{2}$ par f .
 - b) Résoudre dans \mathbb{R} les équations $f(x) = 5$ et $f(x) = \frac{81}{16}$.
 - c) Dresser le tableau de variations de f sur \mathbb{R} .
 - d) Déterminer l'extremum de la fonction f et la valeur de x pour laquelle il est atteint.

Exercice 16

On se propose de résoudre l'équation $(E) : x^4 - 5x^2 + 4 = 0$.

- 1) On pose $X = x^2$. Montrer que l'équation (E) est équivalente à l'équation $(E') : X^2 - 5X + 4 = 0$.
- 2) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation (E') .
- 3) En déduire les solutions dans \mathbb{R} de l'équation (E) .
- 4) En suivant le même modèle de résolution, résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :
 - (a) $2x^4 + 7x^2 - 15 = 0$
 - (b) $4x^4 - 13x^2 + 3 = 0$

Exercice 17

On considère les fonctions f et g définies sur \mathbb{R} par $f(x) = 2x^2 - 12x + 16$ et $g(x) = 2x + 4$.

Leurs représentations graphiques \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g sont données ci-contre.

- 1) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de \mathcal{C}_f avec les axes du repère.
- 2) Déterminer les coordonnées des points d'intersections de \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g .
- 3) Déterminer l'intervalle sur lequel \mathcal{C}_f est en-dessous de \mathcal{C}_g .

Exercice 18

Une entreprise fabrique et vend quotidiennement entre 0 et 1000 pièces pour l'industrie automobile.

Le coût total de production de x pièces est donné, en euro, par $C(x) = 0,1x^2 + 10x + 1500$.

Chaque pièce est vendue au prix unitaire de 87 euros.

- 1) Montrer que le bénéfice, en euros, pour la vente de x pièces est $B(x) = -0,1x^2 + 77x - 1500$.
- 2) Déterminer les points morts de la production, c'est-à-dire le nombre de pièces pour lequel le bénéfice est nul.
- 3) Déterminer la quantité de pièces que doit vendre cette entreprise pour réaliser un bénéfice de 6 300 euros.
- 4) Déterminer la forme canonique de $B(x)$.
- 5) Déterminer la quantité de pièces à vendre pour réaliser un bénéfice maximum. Quel est ce bénéfice ?

Exercice 19

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} et réalisée dans le programme Python suivant :

```

1 def f(x):
2     a=x+1
3     b=5*x
4     return -3*a**2+5*b-4

```

- 1) Exprimer $f(x)$ en fonction de x , puis donner sa forme développée.
- 2) Quelle(s) valeur(s) de x faut-il entrer dans la fonction `f` pour obtenir comme résultat final `-1` ?

Exercice 20

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$.

- 1) Déterminer l'ensemble de définition D de la fonction f .
- 2) Factoriser $x^2 - 3x + 2$.
- 3) Pour tout réel x de D , simplifier alors l'expression de $f(x)$.

Exercice 21

Déterminer l'ensemble de définition de la fonction g définie par $g(x) = \frac{3x - 4}{x^2 - 5x - 6}$.

Exercice 22

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

$$(2x + 3)(-x^2 + 3x - 2) = 0 \quad ; \quad (4x^2 - 3x + 1)(2x^2 + 3x + 1) = 0 \quad ; \quad (4x^2 - 1)(2x^2 - 5x - 1) = 0$$

Exercice 23

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 6x^3 - 13x^2 + 9x - 2$.

- 1) Montrer que pour tout réel x , $f(x) = (2x - 1)(3x^2 - 5x + 2)$.
- 2) Déterminer les antécédents de 0 par la fonction f .

Exercice 24

Résoudre dans \mathbb{R} les deux équations suivantes :

$$x + \frac{1}{x} = 3 \quad ; \quad \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} = 2.$$

V Inéquations et signe du trinôme**Exercice 25**

Déterminer le signe des polynômes suivants, tous définis sur \mathbb{R} :

$$f(x) = 2x^2 - 4x - 6$$

$$k(x) = -x^2 + 5x + 1$$

$$q(x) = (2x + 3)(x^2 - 5x + 4)$$

$$g(x) = 2x^2 - x - 3$$

$$m(x) = x^2 - 5x$$

$$w(x) = (x^2 - 3x + 4)(x - 1)$$

$$h(x) = -3x^2 - 7x - 2$$

$$n(x) = 3x^2 + 7x$$

$$z(x) = (x^2 - 3x + 2)(2x^2 - 7x + 3)$$

Exercice 26

Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

$$-2x^2 + 7x + 4 > 0$$

$$4x^2 + 5x + 6 > 0$$

$$5x^2 + 4x - 1 > 0$$

$$-2x^2 + 7x + 4 \geq 0$$

$$4x^2 + 5x + 6 \geq 0$$

$$5x^2 + 4x - 1 \geq 0$$

$$-2x^2 + 7x + 4 < 0$$

$$4x^2 + 5x + 6 < 0$$

$$5x^2 + 4x - 1 < 0$$

$$-2x^2 + 7x + 4 \leq 0$$

$$4x^2 + 5x + 6 \leq 0$$

$$5x^2 + 4x - 1 \leq 0$$

Exercice 27

Résoudre dans \mathbb{R} les deux inéquations suivantes :

$$\frac{2x - 3}{-2x^2 + 9x - 4} \geq 0 \quad ; \quad \frac{2x^2 - 12x - 17}{-x + 4} \leq 1.$$

Exercice 28

Déterminer les ensembles de définition des fonctions f et g définies par :

$$f(x) = \sqrt{3x^2 - 5x + 2} \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{\sqrt{3x + 4}}{x^2 - 5x + 1}.$$

VI Exercices de fin de chapitre

Exercice 29

- 1) f est la fonction polynôme définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 4x^3 + 2x^2 - 2x - 1$.
- Démontrer que pour tout réel x , $f(x) = (2x + 1)(ax^2 + bx + c)$, où a , b et c sont des réels à déterminer.
 - Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $f(x) = 0$.
- 2) f est la fonction polynôme définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 - 4x^2 - \frac{9}{4}x + 9$.
- Démontrer que pour tout réel x , $f(x) = (x - 4)(ax^2 + bx + c)$, où a , b et c sont des réels à déterminer.
 - Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $f(x) = 0$.
- 3) On considère la fonction P définie sur \mathbb{R} par $P(x) = x^3 - 5x^2 + 5x + 3$.
- Calculer $P(3)$.
 - Déterminer les réels a , b et c tels que, pour tout réel x , $P(x) = (x - 3)(ax^2 + bx + c)$.
 - Dresser le tableau de signes de $P(x)$.

Exercice 30

Soit m un nombre réel. On considère l'équation $(E) : x^2 - 2x + m + 1 = 0$.
Déterminer, suivant les valeurs du réel m , le nombre de solutions de cette équation.

Exercice 31

Soit m un réel quelconque.
On considère le polynôme $P_m(x)$ défini pour tout réel x par $P_m(x) = 2x^2 + (m - 5)x + m + 3$.
Pour quelle(s) valeur(s) de m l'équation $P_m(x) = 0$ admet-elle deux solutions réelles distinctes ?

VII Exercices du manuel

- 154 page 28
- TP page 33
- Bilan 1 page 37
- 114 page 60

VIII Un défi pour finir

Exercice 32

Déterminer deux entiers naturels dont la différence est 2 et la différence de leurs puissances cinquièmes est 2 882.