Quelques rappels de notation en Mathématiques

Cette fiche est à coller dans le cahier et à consulter régulièrement en cas de doute...

Les quantificateurs

• Le symbole $\forall$ est un **quantificateur universel** : il se lit « pour tout » ou « quel que soit ».
Exemple : écrire « $\forall x \in \mathbb{R}$, $x^2 + x - 20 = (x+5)(x-4)$ » signifie que l'égalité est vraie pour toute valeur réelle prise par x.

• $\exists$ est un **quantificateur existentiel** : il se lit « il existe » (sous-entendu : *au moins un*)
Exemple : écrire « $\exists x \in \mathbb{R}$ tel que $x^2 = 5$ » signifie qu'il existe au moins un réel x tel que $x^2 = 5$. (c'est vrai, il y en a même deux : $\sqrt{5}$ et $-\sqrt{5}$).
Remarque : on peut abréger « tel que » par « tq » ou bien « / » (barre transversale dans le bon sens !).

Proposition en mathématique

Une proposition est un énoncé (affirmation, égalité, inégalité...) qui peut être soit vrai, soit faux.

Exemples :
« $x = 3$ » ; « $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ » ; « $(x-1)(x+2) = 0$ » ; « $1 + 3 > -1$ » ; « $1 = 2$ »

L'équivalence

Dire que deux propositions P_1 et P_2 sont **équivalentes** signifie que P_1 implique P_2 **et que réciproquement**, P_2 implique P_1. On le note : « $P_1 \iff P_2$ » (on lit « P_1 équivaut à P_2 »)

Attention : deux équations (ou inéquations) doivent être définies sur le même ensemble et avoir les mêmes solutions pour être équivalentes.

Exemples :
• $\forall x \in \mathbb{R}$, $(x+3)(x-2) = 0 \iff x = -3$ ou $x = 2$
• $\forall x \in \mathbb{R}$, $x^2 = 9 \iff x = 3$ ou $x = -3$.

Contre-exemple :
• $\forall x \in \mathbb{R}$, $x > 4 \iff x > 1$.

Attention aux confusions de symboles !

Ne pas confondre $\iff$ et $=$:

$\iff$ s'utilise entre deux propositions (cf. exemples ci-dessus).

$=$ s'utilise entre deux nombres ou deux expressions, par exemple : $3 + 2 = 5$ (et non pas $3 + 2 \iff 5$)

Attention à la nature des notions !

• Ne pas confondre une **fonction** avec sa **courbe**. En particulier, on parle d'une fonction croissante (ou décroissante) et non d'une courbe croissante ou décroissante !
• Ne pas confondre la **fonction** f et le **nombre** $f(x)$ (qui est l'image de x par la fonction f).
• Ne pas confondre un **nombre** et un **point**. En particulier, le maximum d'une fonction est un **nombre**.