

**EXERCICE 1 :**

- $f$  est la fonction polynôme définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 4x^3 + 2x^2 - 2x - 1$ .
  - Démontrer que pour tout réel  $x$ ,  $f(x) = (2x+1)(ax^2+bx+c)$ , où  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont des réels à déterminer.
  - Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $f(x) = 0$ .
- $f$  est la fonction polynôme définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^3 - 4x^2 - \frac{9}{4}x + 9$ .
  - Démontrer que pour tout réel  $x$ ,  $f(x) = (x-4)(ax^2+bx+c)$ , où  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont des réels à déterminer.
  - Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $f(x) = 0$ .

**EXERCICE 2 :**

Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

- $f : x \mapsto \frac{1}{-3x^2 - 3x + 6}$
- $g : x \mapsto \frac{\sqrt{x} + 2}{x^2 - \frac{5}{4}x + \frac{3}{8}}$

**EXERCICE 3 :**

Dans chaque cas, écrire la fonction  $f$  comme le quotient de deux fonctions polynômes.

- Pour tout réel  $x \neq 2$ ,  $f(x) = 2x + 3 - \frac{2}{x-2}$ .
- Pour tout réel  $x$  différent de  $-1$  et de  $-2$ ,  $f(x) = \frac{3x+1}{x+1} - \frac{2x-1}{x+2}$ .

**EXERCICE 4 :**

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $(1 + \sqrt{2})x^2 - 4x + 1 - \sqrt{2} = 0$ .

**EXERCICE 5 :**

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :

- a)  $\frac{3x}{x-1} + \frac{2x-1}{x+3} = 0$       b)  $\frac{3x+2}{x-1} = \frac{x}{x+2}$       c)  $\frac{3x}{3x-1} - \frac{x-7}{5x-2} = \frac{-x}{(3x-1)(5x-2)}$

**EXERCICE 6 :** Soit l'équation (E) :  $x^2 + (m+1)x - m^2 + 1 = 0$ .

- Pour quelles valeurs de  $m$  l'équation (E) admet-elle une solution réelle unique ?
- Pour quelles valeurs de  $m$  l'équation (E) admet-elle deux solutions réelles distinctes ?

**EXERCICE 7 : ÉQUATIONS BICARRÉES ET CHANGEMENT DE VARIABLES**

- On se propose de résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation (E) :  $2x^4 + 11x^2 - 6 = 0$ .
  - Poser  $X = x^2$  dans (E). Résoudre alors dans  $\mathbb{R}$  l'équation d'inconnue  $X$ .
  - En déduire l'ensemble des solutions réelles de (E).
- De même, résoudre dans  $\mathbb{R}$  :
  - $2x^4 - 5x^2 + 1 = 0$
  - $4x^4 + 37x^2 + 9 = 0$
  - $-\frac{9}{4}x^4 + 3x^2 - 1 = 0$