Exercice : Équation symétrique du 4ᵉ degré.

(E) désigne l'équation $x^4 - 4x^3 + 2x^2 - 4x + 1 = 0$.

1. Vérifier que 0 n'est pas solution de (E).
2. Démontrer que si x_0 est solution de (E), alors $\dfrac{1}{x_0}$ est solution de (E).
3. Démontrer que l'équation (E) est équivalente à l'équation $x^2 - 4x + 2 - \dfrac{4}{x} + \dfrac{1}{x^2} = 0$.
4. Développer $\left(x + \dfrac{1}{x}\right)^2$.
5. En posant $X = x + \dfrac{1}{x}$, démontrer que l'équation $x^2 - 4x + 2 - \dfrac{4}{x} + \dfrac{1}{x^2} = 0$ se ramène à une équation du second degré.
6. Résoudre l'équation du second degré, puis en déduire les solutions de l'équation (E).

Exercice : Équation symétrique du 4ᵉ degré.

(E) désigne l'équation $x^4 - 4x^3 + 2x^2 - 4x + 1 = 0$.

1. Vérifier que 0 n'est pas solution de (E).
2. Démontrer que si x_0 est solution de (E), alors $\dfrac{1}{x_0}$ est solution de (E).
3. Démontrer que l'équation (E) est équivalente à l'équation $x^2 - 4x + 2 - \dfrac{4}{x} + \dfrac{1}{x^2} = 0$.
4. Développer $\left(x + \dfrac{1}{x}\right)^2$.
5. En posant $X = x + \dfrac{1}{x}$, démontrer que l'équation $x^2 - 4x + 2 - \dfrac{4}{x} + \dfrac{1}{x^2} = 0$ se ramène à une équation du second degré.
6. Résoudre l'équation du second degré, puis en déduire les solutions de l'équation (E).

Exercice : Équation symétrique du 4ᵉ degré.

(E) désigne l'équation $x^4 - 4x^3 + 2x^2 - 4x + 1 = 0$.

1. Vérifier que 0 n'est pas solution de (E).
2. Démontrer que si x_0 est solution de (E), alors $\dfrac{1}{x_0}$ est solution de (E).
3. Démontrer que l'équation (E) est équivalente à l'équation $x^2 - 4x + 2 - \dfrac{4}{x} + \dfrac{1}{x^2} = 0$.
4. Développer $\left(x + \dfrac{1}{x}\right)^2$.
5. En posant $X = x + \dfrac{1}{x}$, démontrer que l'équation $x^2 - 4x + 2 - \dfrac{4}{x} + \dfrac{1}{x^2} = 0$ se ramène à une équation du second degré.
6. Résoudre l'équation du second degré, puis en déduire les solutions de l'équation (E).