**SUITE ARITHMETIQUE - Rappel de méthode :**

**Pour montrer qu'une suite $u$ est arithmétique**, on calcule, pour tout $n \in \mathbb{N}$, la différence $u_{n+1} - u_n$ et on montre que cette différence est constante. La constante trouvée est la raison de la suite $u$.

**Pour montrer qu'une suite $u$ n'est pas arithmétique**, on calcule trois termes consécutifs (généralement $u_0$, $u_1$ et $u_2$) et on montre que leur différence n'est pas constante. (c'est-à-dire que $u_1 - u_0 \neq u_2 - u_1$)

Si la question est « la suite est-elle arithmétique ? », on peut **conjecturer**, au brouillon, la réponse, en calculant les premiers termes, puis choisir la méthode adéquate ensuite.

## Les suites suivantes sont-elles arithmétiques ?

*(Toute la rédaction est attendue, pour chaque suite)*

1. La suite $u$ définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 5n - 3$.
2. La suite $u$ définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 4n - n^2$.
3. La suite $u$ définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 3 - 2^n$.
4. La suite $u$ définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 2 + 3n$.
5. La suite $u$ définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 1 - 3n$.
6. La suite $u$ définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = n - 1$.
7. La suite $u$ définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = (n+3)^2 - n^2$.
8. La suite $u$ définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = \dfrac{n}{n+1}$.
9. La suite $u$ définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = \dfrac{4n^2 - 1}{2n+1}$.
10. La suite $u$ définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_{n+1} = u_n - 1$ et $u_0 = 3$.
11. La suite $u$ définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_{n+1} = n - 2u_n + 3$ et $u_0 = 3$.

**SUITE GEOMETRIQUE - Rappel de méthode :**

**Pour montrer qu'une suite $u$ est géométrique**, on exprime, pour tout $n \in \mathbb{N}$, le terme $u_{n+1}$ en fonction de $u_n$, en déterminant une relation du type $u_{n+1} = qu_n$, où le réel $q$ sera la raison de la suite $u$.

**Pour montrer qu'une suite $u$ n'est pas géométrique**, on calcule trois termes consécutifs (généralement $u_0$, $u_1$ et $u_2$) et on montre que leur quotient n'est pas constant. (c'est-à-dire que $\dfrac{u_1}{u_0} \neq \dfrac{u_2}{u_1}$)

Si la question est « la suite est-elle géométrique ? », on peut **conjecturer**, au brouillon, la réponse, en calculant les premiers termes, puis choisir la méthode adéquate ensuite.

## Les suites suivantes sont-elles géométriques ?

*(Toute la rédaction est attendue, pour chaque suite)*

1. La suite $u$ définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 5 \times 3^n$.
2. La suite $u$ définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 4n - n^2$.
3. La suite $u$ définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 3 - 2^n$.
4. La suite $u$ définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 1 + 7n$.
5. La suite $u$ définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = -\dfrac{2}{5^n}$.
6. La suite $u$ définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = \dfrac{2^{2n}}{3^{3n}}$.

7. La suite $u$ définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = (5n+3)^2$.
8. La suite $u$ définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = \dfrac{n}{n+1}$.
9. La suite $u$ définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = \dfrac{4n^2-1}{2n+1}$.
10. La suite $u$ définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_{n+1} = -u_n + 3$ et $u_0 = 3$.
11. La suite $u$ définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_{n+1} = \dfrac{u_n}{4}$ et $u_0 = 3$.

**SENS DE VARIATION - Rappel de méthode :**

**Pour étudier le sens de variation d'une suite**, on choisit l'une des méthodes suivantes.

- Étude du signe de $u_{n+1} - u_n$, pour tout $n \in \mathbb{N}$ :
Si $u_{n+1} - u_n \geqslant 0$, alors la suite $u$ est croissante. Si $u_{n+1} - u_n \leqslant 0$, alors la suite $u$ est décroissante.

- Étude du rapport $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$ (uniquement si tous les termes de la suite $u$ sont **strictement positifs**), pour tout $n \in \mathbb{N}$ :
Si $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} > 1$, alors la suite $u$ est croissante. Si $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} < 1$, alors la suite $u$ est décroissante.

- Étude d'une fonction :
Si la suite $u$ est définie de manière explicite ($u_n = f(n)$), alors la suite $u$ a le même sens de variation que la fonction $f$ sur $[0;+\infty[$.

- Enfin, si $u$ est une suite arithmétique de raison $r$, alors si $r > 0$, $u$ est croissante, et si $r < 0$, $u$ est décroissante. De même, si $u$ est une suite géométrique de raison $q$ et de premier terme positif, alors si $q > 1$, alors $u$ est croissante, et si $0 < q < 1$, alors $u$ est décroissante (résultat contraire si le premier terme est négatif).

### Étudier le sens de variation des suites suivantes

*(Toute la rédaction est attendue, pour chaque suite)*

1. La suite $u$ définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = \dfrac{2^n}{n+1}$.
2. La suite $u$ définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = \dfrac{3-n}{n+1}$.
3. La suite $u$ définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 3 \times 2^n$.
4. La suite $u$ définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 1 + 7n$.
5. La suite $u$ définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = -n^2 - 3n + 2$.
6. La suite $u$ définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = n^3 - n$.

**TRÈS IMPORTANT :**
On ne peut pas se contenter de calculer les premiers termes d'une suite pour conclure qu'une suite est arithmétique, géométrique, croissante ou décroissante !
Le calcul des premiers termes sert :
- Soit à **conjecturer** un résultat, ce qui n'est pas une preuve ! (Ce n'est pas parce qu'on observe un résultat sur les premiers termes qu'il est nécessairement vrai pour tout $n \in \mathbb{N}$ !)
- Soit à trouver un **contre-exemple** permettant de démontrer qu'une suite **N'**est **PAS** arithmétique ou géométrique !

UN EXEMPLE NE PERMET JAMAIS DE MONTRER QU'UN RÉSULTAT EST VRAI.
Seul un **contre exemple** permet de montrer qu'un résultat est **faux**.