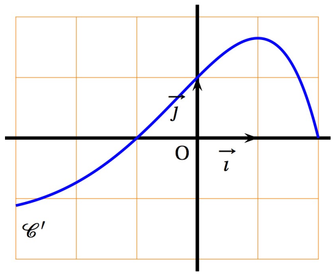
Exercice 1

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.
On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-3;2]$. On dispose des informations suivantes :
- $f(0) = -1$
- la dérivée f' de la fonction f admet la courbe représentative C' ci-dessous :

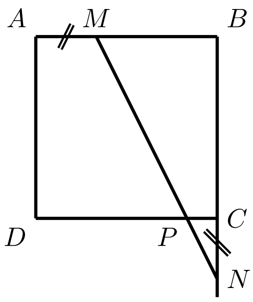


Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse.

1. Pour tout réel x de l'intervalle $[-3;-1]$, $f'(x) \leqslant 0$.
2. La fonction f est croissante sur l'intervalle $[-1;2]$.
3. Pour tout réel x de l'intervalle $[-3;2]$, $f(x) \geqslant -1$.
4. Soit C la courbe représentative de la fonction f. La tangente à la courbe C au point d'abscisse 0 passe par le point de coordonnées $(1;0)$.

Exercice 2

$ABCD$ est un carré de côté 1 et M un point du segment $[AB]$. Sur la demi-droite portée par (BC), d'origine C et ne contenant pas B, on place le point N tel que $CN = AM$; la droite (NM) coupe (DC) en P.
On pose $AM = x$ avec $0 \leqslant x \leqslant 1$.



Le but de l'exercice est de trouver la position de M sur $[AB]$ telle que la distance PC soit maximale.

1. Démontrer que $PC = \dfrac{x - x^2}{1 + x}$.
2. (a) Étudier les variations de la fonction f définie sur $[0;1]$ par $f(x) = \dfrac{x - x^2}{1 + x}$.
   (b) En déduire la valeur de x pour laquelle la distance PC est maximale et la valeur de cette distance maximale.

Exercice 3

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$ et C_f sa courbe représentative dans un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. Etudier les variations de f sur $\mathbb{R}$.
2. En déduire un encadrement de $f(x)$ pour $x \in \left[-\dfrac{1}{2};2\right]$.
3. On appelle Γ la tangente à C_f au point A de C_f d'abscisse $\dfrac{1}{3}$.
   (a) Déterminer une équation de Γ.
   (b) Etudier le signe de $d(x) = f(x) - \left(-\dfrac{4}{3}x + \dfrac{28}{27}\right)$. Interpréter graphiquement le résultat.
   Remarque : on utilisera le développement de $\left(x - \dfrac{1}{3}\right)^3$.
   (c) Dans un repère, tracer C_f et ses tangentes.